

# Προσεγγίζοντας τη γεωμετρία του φυσικού περιβάλλοντος στις τοπογραφικές μετρήσεις μηκών και γωνιών

**Τσούλης Δημήτριος**

*Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας, Τμήμα Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών,  
Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης*

**Περίληψη:** Η αξιοποίηση των βασικών τοπογραφικών μετρήσεων στον προσδιορισμό της θέσης χαρακτηριστικών σημείων της γήινης επιφάνειας γίνεται δυνατή μόνο μέσα από κάποιες θεωρητικές προσεγγίσεις που συνδέονται με τη γεωμετρία του φυσικού περιβάλλοντος. Οι μετρήσεις διευθύνσεων και αποστάσεων ενός γεωδαιτικού σταθμού καθώς και τα μήκη που καταγράφει το σύστημα χωροβάτης-σταδία βασίζονται στη διάδοση ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, κυρίως από την οπτική περιοχή του φάσματος, μέσα από ένα οπτικό μέσο με έντονες χωρικές και χρονικές διακυμάνσεις στη σύστασή του, όπως είναι τα κατώτερα στρώματα της τροπόσφαιρας. Επιπλέον, η δυναμική συνιστώσα των τοπογραφικών μετρήσεων όπως αυτή εκφράζεται από τη διεύθυνση της κατακορύφου και το νήμα της στάθμης, συνδέεται με τον ορισμό της έννοιας του πεδίου βαρύτητας και του τρόπου προσέγγισής του στις χωρικές κλίμακες των τοπογραφικών εφαρμογών. Η παρούσα σημείωση στοχεύει να υπογραμμίσει τα βασικά χαρακτηριστικά των παραπάνω θεωρητικών εννοιών επιχειρώντας να αναδείξει το ρόλο τους στην αξιολόγηση και επεξεργασία των πρωτογενών τοπογραφικών δεδομένων πεδίου.

## 1. Εισαγωγή

Ανατρέχοντας στη βιβλιογραφία για έναν ορισμό της επιστήμης της Τοπογραφίας κατά κανόνα βρίσκουμε δύο βασικά κοινά χαρακτηριστικά, την έννοια του προσδιορισμού θέσεων στο χώρο και τη χαρτογραφική διαδικασία παραγωγής ενός τοπογραφικού χάρτη ή ενός τοπογραφικού διαγράμματος. Για παράδειγμα, οι Anderson and Mikhail (1985) συνδέουν ευθέως τις δύο έννοιες (surveying and mapping) περιγράφοντας ως Τοπογραφία την επιστήμη που επεξεργάζεται μαθηματικά πραγματικές μετρήσεις στο πεδίο (αποστάσεις, διευθύνσεις, υψομετρικές διαφορές) για τον προσδιορισμό της σχετικής θέσης σημείων στο χώρο και την παραγωγή των σχετικών μέσων για τη γραφική αναπαράσταση της συγκεκριμένης γεωμετρικής πληροφορίας. Ένας περιεκτικός ορισμός για την Τοπογραφία δίνεται επίσης από τον Δ. Βλάχο (1987) ως η επιστήμη που διδάσκει τις μεθόδους με τη βοήθεια των οποίων απεικονίζεται υπό κλίμακα η επιφάνεια του εδάφους επάνω σε ένα επίπεδο.

Βασικές έννοιες για τους παραπάνω ορισμούς αποτελούν το οριζόντιο και το κατακόρυφο επίπεδο, γεωμετρικές ποσότητες στις οποίες βασίζονται τόσο οι μετρήσεις πεδίου, όσο, κυρίως, η περαιτέρω επεξεργασία και αξιοποίησή τους κατά την παραγωγή του τοπογραφικού διαγράμματος. Τα γεωμετρικά αυτά μεγέθη συνδέονται με τη δυναμική συνιστώσα του φυσικού περιβάλλοντος των μετρήσεων, του χώρου δηλαδή μέσα στον οποίο πραγματοποιούνται όλες οι τοπογραφικές παρατηρήσεις και συλλέγονται τα πρωτογενή δεδομένα. Με τον όρο δυναμική συνιστώσα γίνεται εδώ αναφορά στο πεδίο βαρύτητας και στη δύναμη της βαρύτητας  $\vec{g}$ , τη συνισταμένη δηλαδή όλων των ελκτικών δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σημείο του χώρου από το σύνολο των μαζών της γης και της φυγοκέντρου δύναμης που συνδέεται με την περιστροφική κίνηση της γης και εξαρτάται από τη σχετική θέση του σημείου αναφοράς ως προς αυτήν. Η διεύθυνση του διανύσματος  $\vec{g}$  ορίζεται ως *διεύθυνση της κατακορύφου* για να διαχωριστεί από την έννοια της *γραμμής της κατακορύφου* (plumb line), μια γραμμή που εκφράζει την τροχιά της ελεύθερης πτώσης ενός σώματος κάτω από τη μοναδική επίδραση του πεδίου βαρύτητας. Σε αντίθεση με τη γραμμή της κατακορύφου που είναι μια αφηρημένη έννοια και αναπαρίσταται δύσκολα, η διεύθυνση της κατακορύφου μπορεί να υλοποιηθεί σε ένα μεμονωμένο σημείο από τη διάταξη ενός νήματος της στάθμης σε κατάσταση ηρεμίας.

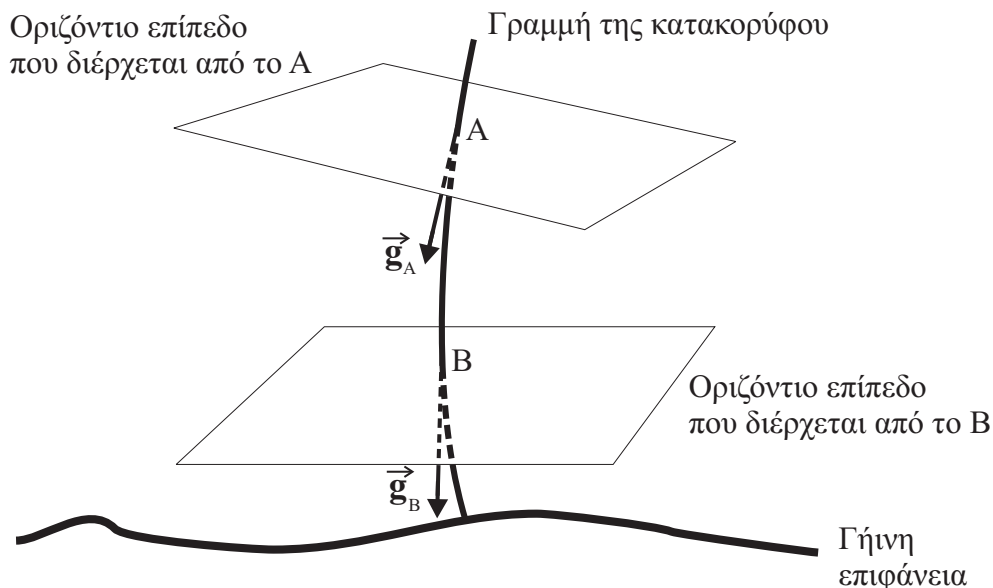
Ως οριζόντιο επίπεδο για ένα οποιοδήποτε σημείο του χώρου ορίζεται σύμφωνα με τα παραπάνω το μοναδικό γεωμετρικό επίπεδο που διέρχεται από το συγκεκριμένο σημείο και είναι κάθετο στο μοναδικό διάνυσμα βαρύτητας που ορίζεται για το σημείο αυτό. Η ανομοιογένεια του πεδίου βαρύτητας, του σχήματος και της εσωτερικής σύστασης της γης συνεπάγονται τη μη παραλληλία μεταξύ των οριζόντιων επιπέδων δύο τυχαίων σημείων του χώρου (Σχήμα 1).

Κάθε ένα κάθετο επίπεδο σε κάποιο οριζόντιο επίπεδο ορίζει και ένα κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από το συγκεκριμένο σημείο. Σε αντίθεση με το οριζόντιο επίπεδο η μοναδικότητα του κατακορύφου επιπέδου δεν υφίσταται. Από τα άπειρα κατακόρυφα επίπεδα που πληρούν την ιδιότητα της καθετότητας ως προς το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από κάποιο σημείο περιλαμβάνοντας ταυτόχρονα το σημείο αυτό, στις τοπογραφικές αποτυπώσεις ενδιαφερόμαστε την κάθε φορά για εκείνο το κατακόρυφο επίπεδο που ταυτίζεται με το επίπεδο του κατακορύφου διαιρεμένου κύκλου του ρυθμισμένου θεοδολίχου για τη συγκεκριμένη θέση του οργάνου. Η διαδικασία της ρύθμισης του οργάνου, που ισοδυναμεί με το προσανατολισμό του στο χώρο, γίνεται πλέον μια διαδικασία σύνδεσης συγκεκριμένων μηχανικών μερών των τοπογραφικών οργάνων μέτρησης με τις παραπάνω γεωμετρικές ποσότητες. Έτσι, η οριζοντίωση αποσκοπεί στην ταύτιση του πρωτεύοντα άξονα του οργάνου με τη διεύθυνση της κατακορύφου που διέρχεται από το σημείο τομής του σκοπευτικού με τον πρωτεύοντα άξονα. Λαμβάνοντας υπόψη τις σχετικές κατασκευαστικές προϋποθέσεις για τις καθετότητες που πρέπει να υπάρχουν μεταξύ των μετρητικών μερών του οργάνου, συνέπεια μιας επιτυχημένης

οριζωντίωσης είναι η ταύτιση των δύο διαιρεμένων κύκλων του οργάνου με τα αντίστοιχα γεωμετρικά επίπεδα (οριζόντιο και κατακόρυφο) που ορίζονται για τα δύο κέντρα των αντίστοιχων κύκλων.

## 2. Τοπικές προσεγγίσεις του πεδίου βαρύτητας

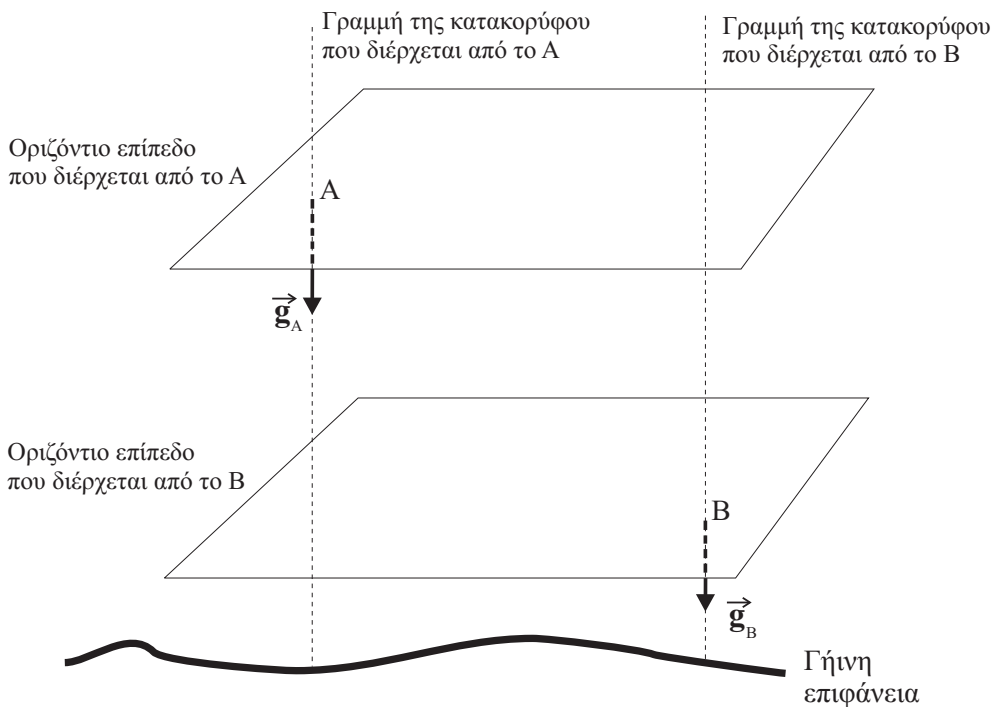
Η πραγματική γεωμετρία του φυσικού περιβάλλοντος των μετρήσεων, όπως αυτή αποτυπώνεται από το Σχήμα 1, καθιστά πρακτικά αδύνατη τη θεμελιώδη γεωμετρική επεξεργασία των τοπογραφικών μετρήσεων και την επακόλουθη παραγωγή του τελικού προϊόντος, τη σύνταξη δηλαδή του τοπογραφικού διαγράμματος. Η μόνη περίπτωση που θα επέτρεπε τη μαθηματικά πολύπλοκη αλλά υλοποιήσιμη επεξεργασία των πρωτογενών τοπογραφικών δεδομένων στην πραγματική γεωμετρική διάταξη του Σχήματος 1, θα ήταν εκείνη κατά την οποία η ακριβής θέση και διεύθυνση του διανύσματος  $\vec{g}$  στο χώρο θα ήταν γνωστές. Με γνωστά αυτά τα δύο μεγέθη, οι μετρήσεις ενός θεοδολίχου που είναι προσανατολισμένο ως προς το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το Α θα μπορούσαν να συνδυαστούν με εκείνες ενός ρυθμισμένου θεοδολίχου στο Β. Βέβαια, η διεύθυνση του διανύσματος της βαρύτητας μεταβάλλεται με το χρόνο, ενώ η άμεση συσχέτιση της διεύθυνσης αυτής με το επίπεδο του οριζόντιου διαιρεμένου κύκλου ενός θεοδολίχου με απώτερο στόχο την ενιαία επεξεργασία των συλλεχθέντων δεδομένων στον τρισδιάστατο χώρο αποτελεί μια τεχνολογική και μεθοδολογική πρόκληση που ξεφεύγει από τα ζητούμενα μιας τοπογραφικής αποτύπωσης μεσαίων και μεγάλων κλιμάκων.



Σχήμα 1. Ορισμός του οριζοντίου επιπέδου (Τσουύλης, 2005).

Στην πράξη η πραγματική γεωμετρία της δυναμικής συνιστώσας του φυσικού περιβάλλοντος των μετρήσεων προσεγγίζεται μέσω συγκεκριμένων προσεγγίσεων. Είναι βολικό να χαρακτηρίσουμε τις διαφορετικές αυτές προσεγγίσεις ανάλογα με τη γεωμετρική προσέγγιση που υλοποιούν σε μια άλλη σημαντική επιφάνεια αναφοράς του φυσικού περιβάλλοντος, της *ισοδυναμικής επιφάνειας*, του γεωμετρικού εκείνου τύπου που ορίζεται από όλα τα σημεία του τρισδιάστατου χώρου που χαρακτηρίζονται από την ίδια αριθμητική τιμή της συνάρτησης του δυναμικού. Με αυτόν τον τρόπο ορίζονται η επίπεδη προσέγγιση, η σφαιρική προσέγγιση, η ελλειψοειδής προσέγγιση, ανάλογα με το γεωμετρικό σχήμα με το οποίο προσεγγίζουν την πραγματική ακανόνιστη διακύμανση της κλειστής συνεχούς τρισδιάστατης ισοδυναμικής επιφάνειας.

Η επίπεδη προσέγγιση είναι εκείνη στην οποία οι ισοδυναμικές επιφάνειες προσεγγίζονται με παράλληλα και ισαπέχοντα μεταξύ τους επίπεδα (Σχήμα 2). Το διάνυσμα της βαρύτητας παραμένει αμετάβλητο κατά φορά και μέτρο σε όλη την έκταση της υπό προσέγγιση περιοχής τόσο επάνω στο οριζόντιο επίπεδο όσο και καθ' ύψος. Το οριζόντιο επίπεδο για τα διαφορετικά σημεία του χώρου προκύπτει από μία απλή παράλληλη μετάθεση κατά τη διεύθυνση της κατακορύφου, μπορεί συνεπώς να θεωρηθεί ότι είναι ενιαίο για την περιοχή μελέτης. Οι διευθύνσεις της κατακορύφου, οι οποίες για δύο οποιαδήποτε σημεία του χώρου αποτελούν δύο



**Σχήμα 2.** Η επίπεδη προσέγγιση του πεδίου βαρύτητας με  $\vec{g}_A = \vec{g}_B$  (Τσούλης, 2005).

συγκλίνουσες ευθείες με φορά σύγκλισης το εσωτερικό των γήινων μαζών, είναι στην επίπεδη προσέγγιση παράλληλες μεταξύ τους ευθείες. Έτσι, στο συγκεκριμένο μοντέλο οι πρωτεύοντες άξονες δύο οριζοντιωμένων σε δύο διαφορετικά σημεία στάσης θεοδολίχων είναι παράλληλοι μεταξύ τους, ανεξάρτητα από την απόσταση ή την υψομετρική διαφορά που τα χωρίζει με μόνη προϋπόθεση να βρίσκονται στα όρια της περιοχής μελέτης. Τέλος, στην επίπεδη προσέγγιση οι ισοδυναμικές επιφάνειες πέρα από παράλληλες είναι και ισαπέχουσες μεταξύ τους επιφάνειες. Η γνωστή ιδιότητα του ρυθμού μεταβολής της τιμής της συνάρτησης του δυναμικού στο πεδίο βαρύτητας, σύμφωνα με την οποία η ίδια αριθμητική μεταβολή στην τιμή του δυναμικού  $dW$  αντιστοιχεί σε μεγαλύτερη γεωμετρική απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών και κατά  $dW$  διαφορετικών αριθμητικά ισοδυναμικών επιφανειών, όσο απομακρυνόμαστε από τις έλκουσες γήινες μάζες, δεν ισχύει στην επίπεδη προσέγγιση. Εδώ, η σχέση μεταξύ ενός συγκεκριμένου  $dW$  και της γεωμετρικής απόστασης που χωρίζει τις αντίστοιχες ισοδυναμικές επιφάνειες παραμένει αμετάβλητη ακόμη και εάν μετακινηθούμε τυχαία κατά τη διεύθυνση της κατακορύφου στην περιοχή μελέτης.

Άμεση συνέπεια των παραπάνω παραδοχών που συνδέονται με την επίπεδη προσέγγιση είναι το γεγονός ότι οι μετρήσεις διευθύνσεων, γωνιών και αποστάσεων που πραγματοποιούνται από διαφορετικά σημεία στάσης μπορούν να συνδυαστούν, καθώς πλέον αναφέρονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Έτσι, σημεία του εδάφους που προσδιορίζονται σε σχέση με διαφορετικές (αλλά παράλληλες) διευθύνσεις της κατακορύφου οδηγούν σε προβολές μετρικής πληροφορίας επάνω σε διαφορετικά αλλά παράλληλα μεταξύ τους επίπεδα. Εξαιτίας του τρόπου ορισμού της επίπεδης προσέγγισης οι προβολές αυτές μπορούν να συνθέσουν αποσπασματικά αλλά αθροιστικά για όλα τα επί μέρους σημεία στάσης την χαρτογραφική αποτύπωση του ζητούμενου κομματιού της γήινης επιφάνειας.

Ο καθορισμός των ορίων πέρα από τα οποία η υιοθέτηση της επίπεδης προσέγγισης οδηγεί σε μετρήσιμες μεταβολές των μετρικών μεγεθών ή ισοδύναμα των ορίων μέχρι τα οποία οι υφιστάμενες και πραγματικές αποκλίσεις από την επίπεδη προσέγγιση μεταφράζονται σε μεταβολές που δεν μπορούν να τεκμηριωθούν στις συγκεκριμένες κλίμακες σχεδίασης αποτελεί ένα ανοιχτό πεδίο έρευνας. Εφαρμογή του νόμου μετάδοσης των (συμ-)μεταβλητοτήτων μπορεί να οδηγήσει σε κάποιες ενδείξεις ή προσομιείωσεις μεταβολών των μετρούμενων μεγεθών κάτω από την υιοθέτηση ή μη των συγκεκριμένων προσεγγίσεων. Ωστόσο οι σχετικές διερευνήσεις είναι πάντοτε εξαρτημένες από την όποια γεωμετρική μοντελοποίηση καθαρά δυναμικών μεγεθών και ως τέτοιες υπόκεινται πάντοτε στους σχετικούς θεωρητικούς περιορισμούς.

### 3. Ο ρόλος της ατμοσφαιρικής διάθλασης

Στα κλασικά συγγράμματα Τοπογραφίας καταγράφεται μία ευρεία χρήση του όρου ‘σφαιρική γη’ ή ‘σφαιρικότητα της γης’ όπως και της σχετικής προσέγγισης για την αριθμητική τιμή που συνοδεύει αυτό το μέγεθος. Τυπικές τιμές που συναντιούνται για τη συγκεκριμένη ποσότητα είναι  $R = 6378 \text{ km}$  (Kahmen 1997, Jordan et al 1956, Rueger 1990). Ωστόσο, ενώ η γεωμετρική προσέγγιση του πραγματικού σχήματος της γης με μια σφαίρα γνωστής ακτίνας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για μια πρώτη προσέγγιση της διακύμανσης της εξωτερικής επιφάνειας του γήινου φλοιού, δηλαδή της ορατής τοπογραφίας, η προσέγγιση αυτή δεν έχει απαραίτητα άμεση σχέση με τη γεωμετρική μορφή της πραγματικής πορείας μιας οπτικής για παράδειγμα ακτίνας, η οποία κινούμενη μέσα στην ατμόσφαιρα συναντά στρώματα διαφορετικής σύστασης και άρα διαφορετικής οπτικής πυκνότητας, παρεκκλίνει από μια ευθύγραμμη πορεία διάδοσης και διαγράφει μια απρόβλεπτη και κατά βάση ακανόνιστη όσο και άγνωστη πορεία. Μάλιστα, η φορά της καμπυλότητας που εμφανίζει η πραγματική ακτίνα, εάν αντικατασταθεί σε πρώτη προσέγγιση η τεθλασμένη πορεία διάδοσης με εκείνη μιας καμπύλης, δεν μπορεί να θεωρηθεί ως δεδομένη, καθώς είναι συνάρτηση των τοπικών συνθηκών, και της διαστρωμάτωσης των κατώτερων στρωμάτων της τροπόσφαιρας, που αποτελεί και την περιοχή της ατμόσφαιρας στην οποία πραγματοποιούνται όλες οι τοπογραφικές μετρήσεις. Η συγκεκριμένη διαστρωμάτωση με τη σειρά της δεν είναι μια γνωστή ή σταθερή ποσότητα λόγω των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών του λεγόμενου *στρώματος τριβής*, της ύπαρξης αναστροφών θερμοκρασίας και όχι μιας σταθερής θερμοβαθμίδας και των έντονων μεταβολών στη σύσταση αυτού του κομματιού της γήινης ατμόσφαιρας.

Η παρουσία της ποσότητας  $R$  στη βιβλιογραφία είναι χαρακτηριστική στον ορισμό του συντελεστή ατμοσφαιρικής διάθλασης ως  $k = R/r$ , όπου  $r$  εκφράζει την ακτίνα καμπυλότητας της οπτικής ακτίνας με την προϋπόθεση ενός σφαιρικού μοντέλου διάδοσής της στην ατμόσφαιρα. Τόσο η συγκεκριμένη γεωμετρική υπόθεση για τη διάδοση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας στα κατώτερα στρώματα της τροπόσφαιρας όσο και η συναρτησιακή συσχέτιση της πυκνότητας του οπτικού μέσου με μία γεωμετρική προσέγγιση του σχήματος της γης αποτελούν θεωρητικές γενικεύσεις που όμως συνεχίζουν να έχουν ιδιαίτερη απήχηση σε μεγάλο μέρος της σύγχρονης βιβλιογραφίας. Είναι αλήθεια ότι η επιλογή ενός γεωμετρικού μοντέλου για την προσέγγιση της πραγματικής πορείας διάδοσης της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας στην ατμόσφαιρα είναι πολύπλευρο πρόβλημα, καθώς η οπτική πυκνότητα του συγκεκριμένου μέσου που καθορίζει και την ακριβή πορεία διάδοσης επηρεάζεται από μία πληθώρα παραμέτρων που ορίζουν τις συνθήκες που επικρατούν στο πεδίο και στο συγκεκριμένο κομμάτι της ατμόσφαιρας όπου πραγματοποιείται η διάδοση κατά τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή της μέτρησης, όπως πίεση, θερμοκρασία, υγρασία, περιεκτικότητα σε υδρατμούς, διοξείδιο του άνθρακα κλπ. Χαρακτηριστικός είναι ο ημερήσιος κύκλος του συντελεστή  $k$  για διαφο-

ρετικά υψόμετρα από την επιφάνεια του εδάφους, όπως αυτός προκύπτει από επαναλαμβανόμενες μετρήσεις ατμοσφαιρικών δεδομένων, ο οποίος καταγράφει ακέραια πολλαπλάσια μεταβολών κατά τη διάρκεια της ίδιας μέρας σε σχέση με την προσεγγιστική εξίσωση  $k = R/r$  (Rueger 1990).

Από την άλλη, το σφαιρικό μοντέλο διάδοσης αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο με το οποίο μπορούν να διερευνηθούν και να ποσοτικοποιηθούν αριθμητικά οι αποκλίσεις στις τιμές του  $k$  που προκύπτουν από μεταβολές στο θεωρητικό μοντέλο προσέγγισής του. Έτσι, βασισμένοι στο σφαιρικό μοντέλο διάδοσης, οι Tzoulis et al (2008) έδειξαν πόσο σοβαρά αριθμητικά σφάλματα συνδέονται με την προσεγγιστική σχέση υπολογισμού του συντελεστή  $k$  από την αμοιβαία παρατήρηση ζενίθων γωνιών στο πεδίο  $k = 1 - R(z_A + z_B - \pi)/s$ , σχέση που θεωρείται βασική στη σχετική βιβλιογραφία. Αποδεικνύεται ότι η αντίστοιχη μαθηματικά αυστηρή σχέση, που συμπεριλαμβάνει τη διαφορά στις αποκλίσεις της κατακορύφου στα δύο σημεία παρατήρησης, οδηγεί σε σημαντικές αριθμητικές διαφορές σε σχέση με την προσεγγιστική σχέση η οποία φαίνεται να δίνει μια ικανοποιητική προσέγγιση μόνο για κοντινές αποστάσεις σε περιοχές χωρίς έντονο ανάγλυφο.

#### 4. Συμπερασματικά σχόλια

Ο περιορισμός της έκτασης των τοπογραφικών εφαρμογών επιτρέπει τη διατύπωση συγκεκριμένων θεωρητικών προσεγγίσεων για την πραγματική γεωμετρία του πεδίου βαρύτητας και της πορείας διάδοσης της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας στο οπτικό μέσο που μεσολαβεί μεταξύ του στόχου και του οργάνου. Η επίπεδη προσέγγιση του πεδίου βαρύτητας και η ευθύγραμμη πορεία διάδοσης της ακτινοβολίας είναι δύο βασικές προτάσεις κάτω από τις οποίες ισχύουν τα γνωστά μαθηματικά μοντέλα της γεωμετρικής και τριγωνομετρικής χωροστάθμησης, των πολυγωνομετρικών οδεύσεων και των επί μέρους προβλημάτων προσδιορισμού της θέσης και της υψομετρικής διαφοράς χαρακτηριστικών σημείων του εδάφους ως προς γνωστά σημεία στάσης. Είναι δύσκολο να οριοθετηθεί η έκταση της περιοχής μελέτης ή η απόσταση οργάνου-στόχου πέρα από τις οποίες οι παραπάνω προσεγγίσεις παύουν να ισχύουν. Η χρονικά μεταβαλλόμενη σύσταση του οπτικού μέσου, τα διαφορετικά τεχνικά χαρακτηριστικά των ηλεκτρονικών μερών των EDM, και η μέγιστη υψομετρική διαφορά που διαμορφώνεται για την περιοχή επηρεάζουν με διαφορετικό τρόπο τόσο τη δυναμική (επίπεδη προσέγγιση του πεδίου βαρύτητας) όσο και τη φυσική (ευθύγραμμη πορεία διάδοσης της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας) συνιστώσα του μοντέλου. Μαθηματική παραμετροποίηση των παραπάνω επιδράσεων με εφαρμογή κανονικών γεωμετρικών καμπύλων για την πορεία διάδοσης της οπτικής ακτίνας κάτω από την επίδραση της ατμοσφαιρικής διάθλασης επιστρέφει μετά από εφαρμογή του νόμου μετάδοσης των συμμεταβλητοτήτων διαφορές της τάξης των δεκάδων εκατοστών έως και μερικών μέτρων για την απόκλιση από την επίπεδη προσέγγιση και για την παράλειψη της επίδρασης της ατμο-

σφαιρικής διάθλασης σε συγκεκριμένα παραδείγματα τριγωνομετρικής χωροστάθμησης με κεκλιμένες αποστάσεις της τάξης των μερικών δεκάδων χιλιομέτρων.

## **Βιβλιογραφία**

- Anderson, J.M., Mikhail, E.M.: *Introduction to Surveying*. McGraw-Hill, New York, 1985.
- Βλάχος, Δ.: *Τοπογραφία, Τόμος Α*, Εκδόσεις Α. Παπάζογλου & Σία, Θεσσαλονίκη, 1987.
- Τσούλης, Δ.: *Εισαγωγή στην Τοπογραφία*. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, 2005.
- Jordan, W., Eggert, O., Kneissl, M.: *Handbuch der Vermessungskunde, Band III, Höhenmessung – Tachymetrie*. JB Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 1956.
- Kahmen, H.: *Vermessungskunde*. Walter de Gruyter, Berlin, 1997.
- Rüeger, J.: *Electronic Distance Measurement*. Springer Verlag, Berlin, 1990.
- Tsoulis, D., Petrovic, S., Kilian, N.: Theoretical and numerical aspects of the geodetic method for determining the atmospheric refraction coefficient using simultaneous and mutual zenith observations, *J Surv Eng* 134 (1): 3-12, 2008.