

Οι απαρχές της Γεωδαιτικής Χαρτογραφίας. Μια συνοπτική περιδιάβαση

Ι. Χ. Καλτσίκης

Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας, Τμήμα Αγρονόμων Τοπογράφων Μηχανικών, Α.Π.Θ.

Περίληψη

Αναλύεται ο όρος Γεωδαιτική Χαρτογραφία και εξετάζονται τα πρώτα βήματά της μέσα σε ένα περιβάλλον ανάπτυξης των μαθηματικών και γεωδαιτικών μεθόδων προσδιορισμού του σχήματος και των διαστάσεων της Γης καθώς και της απεικόνισής της στο επίπεδο. Περιγράφεται η συμβολή του LAMBERT ως «πατέρα» της Γεωδαιτικής Χαρτογραφίας και των EULER, LAGRANGE, CAUCHY, RIEMANN και GAUSS. Όλα αυτά σε μια διαδρομή δύο αιώνων περίπου, που σφράγισαν τη σύγχρονη επιστήμη.

1. Εισαγωγή

Με τον όρο Γεωδαιτική Χαρτογραφία που εισάγουμε εδώ, εννοούμε τις εφαρμογές της Χαρτογραφίας για γεωδαιτικούς σκοπούς. Ομιλούμε, δηλαδή για χάρτες μεγάλης κλίμακας που αποδίδουν, κυρίως, τμήμα της γήινης επιφάνειας με ακρίβεια που απορροφά τις παραμορφώσεις από την απεικόνιση της γήινης επιφάνειας στο επίπεδο του χάρτη σε τέτοιο βαθμό ώστε να θεωρούμε ότι τα όποια γεωμετρικά μεγέθη μετρούμε ή υπολογίζουμε στο χάρτη πολλαπλασιαζόμενα με την κλίμακα του χάρτη ισούνται με τα αντίστοιχα στην επιφάνεια της γης..

Όλα αυτά βέβαια., προϋποθέτουν ότι γνωρίζουμε με κάθε λεπτομέρεια το σχήμα και τις διαστάσεις της Γης που απεικονίζουμε στο χάρτη, άρα χρειαζόμαστε μια μαθηματική επιφάνεια υποκατάστατο της πραγματικής γήινης επιφάνειας της οποίας ο χάρτης θα αποτελεί «εικόνα και ομοίωση».

Η Γεωδαιτική Χαρτογραφία λοιπόν, είναι άμεσα συνυφασμένη με αυτή κάθε αυτή τη Γεωδαισία την εξέλιξη της οποίας παρακολουθεί και επιχειρεί να αποδώσει στον χάρτη. Στα επόμενα θα αναζητήσουμε αυτή τη διαδραστική σχέση στην απαρχή της, στους νεότερους χρόνους και κυρίως στην εποχή του επιστημονικού διαφωτισμού, εποχή κατά την οποία μπαίνουν τα θεμέλια της μαθηματικής περιγραφής και απεικόνισης της Γης. Θα διατρέξουμε μια εποχή δύο αιώνων περίπου, από τα μέσα του 17^{ου} μέχρι και το τέλος του 19^{ου} αιώνα, που σφράγισαν την εξέλιξη του ανθρώπινου πνεύματος.

2. Το σχήμα και οι διαστάσεις της Γης

Η πρώτη υψηλής ακρίβειας γεωδαιτική αποτύπωση αναλήφθηκε το 1669 από

τους Jean Dominique CASSINI (1625-1712)¹ και Jean PICARD (1620-1682) με την αποτύπωση ολόκληρης της τότε Γαλλίας. Το υπόβαθρο αυτής της αποτύπωσης απετέλεσε κατά βάση ο τριγωνισμός όπως αναπτύχθηκε από τους Gemma FRISIUS (1508-1555) και Tycho BRAHE (1546-1601) και εφαρμόστηκε το 1615 από τον Willebrord SNELLIUS (1580-1626).

Η μέτρηση του μεσημβρινού που περνάει από το Παρίσι έδειξε ότι το μήκος τόξου 1° μεσημβρινού δεν ήταν σταθερό όπως θα έπρεπε να είναι σύμφωνα με την κρατούσα υπόθεση ότι η Γη είναι σφαίρα και έτσι ο Jacques CASSINI ισχυρίστηκε ότι το σχήμα της Γης πλησιάζει αυτό του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής διογκωμένο στους πόλους.

Την ίδια περίοδο ο NEYTΩN (1642-1727) και άλλοι επιστήμονες υποστήριζαν την άποψη ότι η Γη είναι ελλειψοειδής εκ περιστροφής πεπλατυσμένο στους πόλους εξ αιτίας της φυγόκεντρης δύναμης. Προς επίλυση αυτής της επιστημονικής διαμάχης η Γαλλική Ακαδημία Επιστημών ανέθεσε το 1735 τη μέτρηση μεσημβρινών στο Περού και στη Λαπωνία. Το 1738 η αποστολή επιβεβαίωσε την θεωρία του Νεύτωνα όσον αφορά την πλάτυνση και συνέστησε επαναλαμβανόμενες μετρήσεις σε τακτά χρονικά διαστήματα για ακριβέστερο προσδιορισμό των διαστάσεων και του σχήματος της Γης.

Η βελτίωση της ακρίβειας στον προσδιορισμό του σχήματος και των διαστάσεων της Γης ήταν αποτέλεσμα και της εξέλιξης των μετρητικών οργάνων και διατάξεων. Έτσι, η εξέλιξη της οπτικής έδωσε καλύτερα αστρονομικά τηλεσκόπια για τον προσδιορισμό του γεωγραφικού πλάτους και η ανακάλυψη του ναυτικού χρονομέτρου το 1735 από τον HARRISON (1693-1776) έλυσε το πρόβλημα του προσδιορισμού του γεωγραφικού μήκους, πάντοτε βέβαια στα πλαίσια της ακρίβειας του ίδιου του χρονομέτρου.

3. Οι θεωρητικές επεξεργασίες

Όσο, όμως, βελτιωνόταν η ακρίβεια στον προσδιορισμό των θέσεων πάνω στην επιφάνεια της Γης τόσο αυξάνονταν και οι απαιτήσεις για ακριβέστερους χάρτες και κατά συνέπεια για πιο αξιόπιστες χαρτογραφικές προβολές, κατάλληλες πλέον και για χάρτες μεγάλης κλίμακας, τους λεγόμενους τοπογραφικούς. Αυτό απαιτούσε μαθηματικές τεχνικές και εργαλεία που δεν ήταν διαθέσιμα νωρίτερα, όταν στη

¹ Υπήρξε ο γεννήτορας τριών γενεών Cassini που με τον ένα ή τον άλλο τρόπο ασχολήθηκαν με την Γεωδαισία και την Χαρτογραφία. Ο Jean Dominique που άλλαξε το ιταλικό του όνομα Giovanni Domenico όταν πήγε το 1669 στο Παρίσι καταρχήν ως αστρονόμος και στη συνέχεια ασχολήθηκε με την Γεωδαιτική αποτύπωση της Γαλλίας. Ο γιός του Jaques (1677-1756) ολοκλήρωσε τη μέτρηση του μεσημβρινού των Παρισίων το 1720. Ο εγγονός του Cesar Francois Cassini de Thury (1714-1784) ήταν επίσης διευθυντής του Αστεροσκοπείου των Παρισίων. Το 1745 ανέπτυξε μια νέα χαρτογραφική προβολή που με κάποιες τροποποιήσεις φέρει σήμερα το όνομά του. Αυτή η προβολή εφαρμόστηκε στους κρατικούς τοπογραφικούς χάρτες της Γαλλίας μέχρι το 1803 που αντικαταστάθηκε από την προβολή του BONNE (Γάλλος γεωγράφος και υδραυλικός μηχανικός που έζησε από το 1727 μέχρι το 1795).

Χαρτογραφία επικρατούσε η γεωμετρική προσέγγιση, μέσω γεωμετρικών κατασκευών οι οποίες ενώ κάλυπταν τις ανάγκες της σφαιρικής Γης, δεν μπορούσαν να ανταποκριθούν στις ανάγκες της απεικόνισης μιας ελλειψοειδούς Γης. Έτσι, αρχίζει η εποχή της Γεωδαιτικής Χαρτογραφίας, ως ανάγκη πλέον να αποδοθεί στο χάρτη η επιφάνεια της Γης με κλίμακα 1:1, χωρίς δηλαδή παραμορφώσεις μηκών και γωνιών, ή με τέτοιες παραμορφώσεις που θα μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες ή έστω ως ένα ακόμα «μετρητικό» σφάλμα. Και αυτή η εποχή είναι το 1772 όταν ο LAMBERT, J.H. (1728-1777) χρησιμοποιεί για πρώτη φορά τον Διαφορικό Λογισμό και θέτει για πρώτη φορά το γενικό ερώτημα της μαθηματικής χαρτογραφικής απεικόνισης της Γης ή Τμημάτων της επιφάνειας της Γης στο επίπεδο, εισάγοντας παράλληλα και ιδιότητες της απεικόνισης όπως η ισοδυναμία ή η συμμερφία, στο έργο του «Anmerkungen und Zusätze zur Entwerfung der Land-und Himmelskarten» (Παρατηρήσεις και Προσθήκες στην Ανάπτυξη Χαρτών της Γης και του Ουρανού). Πριν επανέλθουμε στον «πατέρα» της Γεωδαιτικής Χαρτογραφίας θα πάμε πίσω εκατό περίπου χρόνια στην ανακάλυψη του Απειροστικού Λογισμού.

Ο Απειροστικός Λογισμός ανακαλύφθηκε σχεδόν ταυτόχρονα από τον Νεύτωνα και τον LEIBNIZ, G.H. (1646-1716). Ο Νεύτων τον ανέπτυξε πρώτος το 1665-66 αλλά ο LEIBNIZ ήταν αυτός που τον πρωτοδημοσίευσε το 1684-86 και εισήγαγε τα σύμβολα του διαφορικού και του ολοκληρώματος που χρησιμοποιούμε ακόμη και σήμερα. Στην ιστορία της Επιστήμης έχει μείνει παροιμιώδης η διαμάχη που ανέκυψε για το ποιος είχε πρώτος την ιδέα. Είναι αλήθεια, πάντως, ότι μεταξύ τους υπήρχε τακτική αλληλογραφία για τις έρευνες τους, μια αλληλογραφία όμως, που χαρακτηριζόταν από νύξεις και καλά κρυμμένες διατυπώσεις ώστε ο καθένας τους να μην έχει πλήρη εικόνα της μεθοδολογίας που ακολουθούσε ο άλλος.

Ο Απειροστικός Λογισμός επιχειρεί να περιγράψει σχέσεις μεταξύ μικρών αλλαγών κατάλληλων μεταβλητών και διακρίνεται σε Διαφορικό Λογισμό και σε Ολοκληρωτικό Λογισμό. Στον πρώτο υπολογίζεται η μεταβολή μιας μεταβλητής όταν μια άλλη, εξαρτημένη μεταβλητή μεταβάλλεται κατά μία πολύ μικρή, απειροστή δηλαδή ποσότητα ενώ στον δεύτερο έχουμε την αντίστροφη διαδικασία υπολογίζουμε δηλαδή τη συνάρτηση που περιγράφει το σύνολο των μικρών αλλαγών.

Στην προσπάθειά του να αναπτύξει ο LAMBERT μία γενική θεωρία απεικόνισης της Γης στο επίπεδο και διαπιστώνοντας ότι δύο τουλάχιστον προβολές της εποχής του παρουσίαζαν μια συμμερφία, διατηρούσαν δηλαδή αναλλοίωτες τις γωνίες κατά την απεικόνιση και ως εκ τούτου και τα σχήματα, κατέστρωσε μian εξίσωση όπου διαφορικά μήκη κατά παράλληλο και μεσημβρινό γύρω από ένα σημείο διατηρούσαν το μέγεθός τους κατά την απεικόνιση στο επίπεδο. Με ολοκλήρωση της διαφορικής εξίσωσης σε όλη την υπό απεικόνιση περιοχή εισήγαγε τους τύπους της απεικόνισης, και της ομώνυμης πλέον σύμμορφης κωνικής προβολής. Με ανάλογο τρόπο ανέπτυξε και τις ισοδύναμες προβολές στην κανονική και την εγκάρσια μορφή τους.

Η συμβολή του λοιπόν, ήταν καθοριστική στην ανάπτυξη-στη γένεση, θα έλεγα, της Γεωδαιτικής Χαρτογραφίας, γιατί με τη χρήση του Λογισμού ως μαθηματι-

κού εργαλείου και με τη γενικότητα των αρχών που εφάρμοσε έδωσε τη δυνατότητα στους επιγόνους να περάσουν από τη σφαίρα στο ελλειψοειδές, και να χρησιμοποιήσουν ευκολότερα τα νεότερα μαθηματικά εργαλεία. Με λίγα λόγια σηματοδότησε τον «εξαλγεβρισμό» της Χαρτογραφίας. Το έργο του LAMBERT συνέχισαν δύο άλλοι διακεκριμένοι μαθηματικοί της ίδιας περιόδου, ο Leonard EULER (1707-1783) και ο Joseph Louis LAGRANGE (1736-1813).

Ο EULER στη μονογραφία του «De projectione geographica de Lislina in mappa generali Imperii Russici usitata» που δημοσιεύτηκε το 1777 στα πρακτικά της Ακαδημίας Επιστημών της Αγίας Πετρούπολης μελέτησε τις προβολές του LAMBERT που είχαν δημοσιευτεί ήδη το 1772 τις γενίκευσε και απέδειξε για πρώτη φορά ότι η σφαίρα δεν είναι αναπτυσκόμενη επιφάνεια και ως εκ τούτου δεν μπορεί να απεικονιστεί ισομετρικά, χωρίς παραμορφώσεις, δηλαδή μηκών στο επίπεδο.

Δύο χρόνια αργότερα, το 1779, ο LAGRANGE δημοσιεύει στα Πρακτικά της Γαλλικής Ακαδημίας τη μονογραφία του “Sur la construction des cartes geographiques” αφού στο μεταξύ διατηρεί τακτική αλληλογραφία με τον LAMBERT, γενικεύει και αυτός τις προβολές του LAMBERT και ενσωματώνει πλέον και την επίδραση του ελλειψοειδούς στους υπολογισμούς του. Επιπλέον εισάγει χωρίς ιδιαίτερη όμως αιτιολόγηση και τους μιγαδικούς αριθμούς, κάτι που δεν εφάρμοσε ο LAMBERT.

Στο σημείο αυτό πρέπει να πούμε ότι τόσο ο EULER όσο και ο LAGRANGE χρησιμοποίησαν στις μελέτες τους, χωρίς να το αναφέρουν, λύσεις που είχε προτείνει το 1752 ο Jean Le Rond D’ALEMBERT (1717-1783) στην εργασία του “Essai d’une nouvelle theorie de la resistance de fluids”, όπου χρησιμοποίησε και μιγαδικούς αριθμούς και παρουσίασε για πρώτη φορά τις μιγαδικές εξισώσεις, που έγιναν αργότερα γνωστές ως εξισώσεις CAUCHY-RIEMANN, ικανές και αναγκαίες συνθήκες για την ύπαρξη συμμορφίας.

Θα μπορούσε να σταματήσει εδώ η περιδιάβαση στο ξεκίνημα της Γεωδαιτικής Χαρτογραφίας, γιατί πράγματι μέχρι την περίοδο αυτή που εξετάσαμε μπήκαν οι θεωρητικές της βάσεις. Υπήρξαν, όμως, και κατά τα επόμενα χρόνια καθοριστικές συμβολές στη θεωρία αλλά και στην εφαρμοσμένη Γεωδαιτική Χαρτογραφία που αξίζει να αναφερθούν.

4. Οι Πρώτες Εφαρμογές

Προβολές που στηρίχτηκαν στη γενική θεωρία των απεικονίσεων όντως όπως τις περιγράψαμε στην προηγούμενη παράγραφο δεν βρήκαν εφαρμογή στην γεωδαιτική πράξη, στην αποτύπωση δηλαδή μεγάλων περιοχών σε μεγάλες κλίμακες, πριν από την περίπτωση της σύμμορφης προβολής του GAUSS που θα δούμε αμέσως παρακάτω. Κάποιες εφαρμογές Γεωδαιτικών Αποτυπώσεων που υπήρξαν την προηγούμενη περίοδο ή και αργότερα έγιναν με ειδικές προβολές όπως αυτή του CASSINI (1745) που εφαρμόστηκε στη Γαλλία ή του SOLDNER (1810) που εφαρμόστηκε στη Βαυαρία για τη σύνταξη κτηματολογικών χαρτών υπό κλίμακα 1:5000.

Στηριζόμενος περισσότερο στις μελέτες για τη συμμορφία από τον LAGRANGE (1779) ο Carl Friedrich GAUSS (1777-1855) ασχολήθηκε ιδιαίτερα με την απεικόνιση μιας επιφάνειας σε μια άλλη με ειδική περίπτωση την απεικόνιση του ελλειψοειδούς στο επίπεδο.

Με τρία μνημειώδη έργα που παρατίθενται εδώ με χρονολογική σειρά

1. Allgemeine Auflösung der Aufgabe, die Teile einer gegebene Fläche auf einer anderen gegebenen Fläche so abzubilden, das die Abbildung dem Abgebildeten in den Kleinsten Teilen ähnlich wird (1822).
2. Allgemeine Flächentheorie (Στα λατινικά)
3. Untersuchungen über Gegenstände der höheren Geodäsie (1843-1846)

κάλυψε και σφράγισε τρεις επιστημονικές περιοχές, με τη σειρά, τη Σύμμορφη Απεικόνιση Επιφανειών, τη Θεωρία Επιφανειών και την Ανώτερη Γεωδαισία. Με την πρώτη εργασία γίνεται και η πρώτη μείζων εφαρμογή της Γεωδαιτικής Χαρτογραφίας για την γεωδαιτική αποτύπωση της Κομητείας του Αννοβέρου που ανέλαβε ο Gauss το 1816 και ολοκληρώθηκε το 1830. Ο ίδιος υπολόγισε γύρω στα 3000 τριγωνομετρικά σημεία στο προβολικό σύστημα που εισήγαγε.

Ο τρόπος εφαρμογής της προβολής του GAUSS δεν γνώρισε ιδιαίτερη δημοσιότητα αφού περιορίστηκε μεταξύ αυτών που την εφάρμοσαν μέχρι το 1866 όταν ο Λοχαγός της Τοπογραφικής Υπηρεσίας του Αννοβέρου Oskar SCHREIBER (1829-1905) δημοσίευσε πλήρη μελέτη για το προβολικό σύστημα της γεωδαιτικής αποτύπωσης του Αννοβέρου. Πενήντα περίπου χρόνια αργότερα ο Καθηγητής L. KRÜGER (1857-1923) διευθυντής του Γεωδαιτικού Ινστιτούτου του Πότσταμ δημοσίευσε το 1912 μια εξαιρετική μελέτη για τη σύμμορφη απεικόνιση του ελλειψοειδούς στο επίπεδο στηριζόμενος στη μελέτη του SCHREIBER και σε σημειώσεις του GAUSS που στο μεσολαβήσαν διάστημα ανακαλύφθηκαν. Σε αναγνώριση αυτής της συμβολής έκτοτε το προβολικό σύστημα του GAUSS αναφέρεται ως προβολικό σύστημα GAUSS- KRÜGER .

5. Συμπεράσματα

Η συνοπτική αυτή περιδιάβαση σε δύο αιώνες επιστημονικής γεωδαιτικής παραγωγής μπορεί, νομίζω, να αποτυπώσει με ενάργεια το καθολικό πλέον συμπέρασμα ότι πίσω από μια πετυχημένη εφαρμογή βρίσκεται πάντα μια καλά θεμελιωμένη θεωρία. Και πέρα από αυτό ότι η επιστήμη δεν προκύπτει από παρθενογένεση αλλά από λίθο προς λίθο θεμελίωση της κάθε μιας επιστημονικής πρότασης.

Βιβλιογραφία

1. Grossman, W., 1976. Geodätische Rechnungen und Abbildungen in der Landesvermessung. Konrad Wittwer.
2. Καλτσίκης Χ.Ι., 2001. Γερμανοί Χαρτογραφούν την Ελλάδα, από τον 16^ο στον 19^ο αιώνα, σελ. 51-54, Εθνική Χαρτοθήκη.
3. Scriba, C.J. - Schreiber, P., 2004. 5000 Jahre Geometrie, Springer.
4. Snyder, J.P., 1993. Flattening the Earth. Two Thousand Years of Map Projections. University of Chicago Press.