

Επιλογή Μετασχηματισμού μεταξύ Γεωδαιτικών Συστημάτων Αναφοράς

Α. Μ. Αγατζά - Μπαλοδήμου¹, Χ. Μητσακάκη², Κ. Παπαζήση²

1 Ομότιμη Καθηγήτρια ΕΜΠ

2 Καθηγήτρια ΕΜΠ.

*Εργαστήριο Ανώτερης Γεωδαισίας, Σχολή Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών,
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα*

Περίληψη: Στο παρελθόν, για την εξυπηρέτηση τοπογραφικών και χαρτογραφικών εργασιών χωρών, έχουν αναπτυχθεί, ανά τον κόσμο, τοπικά γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς. Η ευρεία χρήση παρατηρήσεων GPS, ως τρέχουσα τοπογραφική ρουτίνα, έχει καταστήσει αναγκαία την ένταξη των τοπικών συστημάτων σε παγκόσμια γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς.

Οι μετασχηματισμοί των συστημάτων αναφοράς απασχολούσαν πάντα τους γεωδαιτές, ενώ οι σύγχρονες ανάγκες τους έχουν κάνει απαραίτητους. Σήμερα, στη Γεωδαισία χρησιμοποιούνται συχνά οι τρισδιάστατοι μετασχηματισμοί ομοιότητας για τον μετασχηματισμό συντεταγμένων μεταξύ τρισδιάστατων γεωδαιτικών συστημάτων αναφοράς (datum), ενώ, ακολουθείται συχνά και η εφαρμογή διςδιάστατων μετασχηματισμών, ιδιαίτερα στη περίπτωση δικτύων περιορισμένης έκτασης.

Στη παρούσα εργασία, με χρήση δεδομένων του Ελληνικού Γεωδαιτικού Συστήματος Αναφοράς 1987 (ΕΓΣΑ 87), εξετάζεται η συμβατότητα μεταξύ επιλογών μετασχηματισμού, καθώς και οι ανοχές στις αποκλίσεις.

1 Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια, παρατηρείται μία συνεχώς αυξανόμενη τάση χρησιμοποίησης των δορυφορικών παρατηρήσεων για τον προσδιορισμό θέσεων, ενώ αναπτύσσονται και παγκόσμια συστήματα για χαρτογραφικούς σκοπούς και για πληθώρα εφαρμογών της Τηλεπισκόπησης. Όλα αυτά τα στοιχεία που συλλέγονται είναι, λόγω του χαρακτήρα τους, παγκόσμια και, φυσικά, αναφέρονται σε παγκόσμια συστήματα αναφοράς. Η σύγχρονη τάση, λοιπόν, είναι να υιοθετηθεί κάποιο ενιαίο παγκόσμιο σύστημα αναφοράς, ώστε να αποφευχθεί η πληθώρα των γεωδαιτικών datum, που υπάρχει σήμερα, και δημιουργεί δυσχέρειες στην ανταλλαγή γεωδαιτικής πληροφορίας μεταξύ κρατών για επιστημονικούς, αλλά και λειτουργικούς, σκοπούς.

Οι αλλαγές συντεταγμένων μεταξύ δύο γεωδαιτικών συστημάτων αναφοράς επι-

τυγχάνονται με εφαρμογή κάποιου μετασχηματισμού. Η ιδιαιτερότητα των μετασχηματισμών γεωδαιτικών συντεταγμένων οφείλεται, εν πολλοίς, στη διάκριση ανάμεσα σε ένα μαθηματικά ορισμένο Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς (ΓΣΑ), παγκόσμιο ή τοπικό (datum), και στην υλοποίησή του μετά από γεωδαιτικές παρατηρήσεις, το Γεωδαιτικό Πλαίσιο Αναφοράς (ΓΠΑ). Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το παγκόσμιο σύστημα αναφοράς γνωστό ως *International Terrestrial Reference System - ITRS* και αντίστοιχα η υλοποίησή του το *International Terrestrial Reference Frame - ITRF*. Προφανώς, το γεωδαιτικό πλαίσιο αναφοράς παρουσιάζει κάποια αβεβαιότητα, που οφείλεται στα σφάλματα των μετρήσεων.

Σε μετασχηματισμούς συντεταγμένων, που αφορούν στη γεωδαισία, αυτό που συνήθως συμβαίνει είναι, να υπολογίζονται οι παράμετροι του μετασχηματισμού από περιορισμένο αριθμό τριγωνομετρικών με γνωστές τις συντεταγμένες τους σε δύο γεωδαιτικά πλαίσια.

Στη παρούσα εργασία παρουσιάζονται οι εκτιμήσεις των παραμέτρων του μετασχηματισμού ομοιότητας, καθώς και του πολυωνυμικού μοντέλου μετασχηματισμού. Εφαρμόζονται, τόσο τρισδιάστατοι, όσο και δισδιάστατοι μετασχηματισμοί και εξετάζεται η συμβατότητα των δύο μεθόδων, ενώ εξετάζεται λεπτομερέστερα η περίπτωση μετασχηματισμού παλαιών γεωδαιτικών συντεταγμένων τοπικού γεωδαιτικού datum σε παγκόσμιο δορυφορικό σύστημα αναφοράς.

Η εργασία αυτή βασίζεται στις εργασίες (Mitsakaki, 2004) και (Mitsakaki et al., 2006).

2 Είδη μετασχηματισμών

Στην γενική μορφή του προβλήματος στον χώρο, για να μετασχηματισθεί ένα σημειοσύνολο προσδιορισμένο ως προς ένα ορθογώνιο τρισδιάστατο καρτεσιανό σύστημα σ' ένα άλλο χρειάζονται δώδεκα παράμετροι μετασχηματισμού. Η γενική αυτή μορφή μετασχηματισμού είναι γνωστή ως *ομοπαράλληλος* ή *αφινικός μετασχηματισμός* (*affine transformation*) και επιτρέπει αλλαγές στο σχήμα, στο μέγεθος, στον προσανατολισμό και στην θέση του δικτύου.

Ένας απλούστερος, μετασχηματισμός είναι ο *σύμμορφος μετασχηματισμός* ή *μετασχηματισμός ομοιότητας* (*conformal transformation* ή *similarity transformation*). Στην περίπτωση αυτή ο συντελεστής κλίμακας είναι ο ίδιος προς όλες τις διευθύνσεις, αλλά συγχρόνως, διατηρείται η ορθογωνικότητα των τριών αξόνων του τρισδιάστατου συστήματος. Ο μετασχηματισμός αυτός διατηρεί το σχήμα, αλλά όχι και το μέγεθος και για την εφαρμογή του απαιτούνται επτά παράμετροι.

Για την περίπτωση του μετασχηματισμού συντεταγμένων μεταξύ γεωδαιτικών συστημάτων, ή ακριβέστερα μεταξύ γεωδαιτικών πλαισίων, προτιμούνται οι μετασχηματισμοί ομοιότητας, λόγω της σχετικά απλής μαθηματικής μορφής τους, που απαιτούν τον προσδιορισμό ενός μικρού αριθμού παραμέτρων.

2.1 Τρισδιάστατοι μετασχηματισμοί

Ο μετασχηματισμός ομοιότητας μεταξύ δύο γεωδαιτικών συστημάτων/πλαισίων αναφοράς (παγκόσμιων ή γεωδαιτικών datum) περιγράφεται από έξη παραμέτρους: τρεις μεταθέσεις και τρεις στροφές περί τους τρεις τρισσορθογώνιους άξονες. Ο μετασχηματισμός περιλαμβάνει συντελεστή κλίμακας, αλλά, στην περίπτωση των μετασχηματισμών γεωδαιτικών συστημάτων αναφοράς, πρέπει να θεωρείται ότι η διαφορά αυτή στην κλίμακα αποδίδει μάλλον μία συστηματική στρέβλωση των θέσεων (συντεταγμένων) των σημείων ενός δικτύου παρά του ίδιου του συστήματος αναφοράς (*Vanicek and Steeves, 1996*).

Επειδή μπορεί να υπάρξει σύγχυση μεταξύ της έννοιας του μετασχηματισμού ενός συστήματος αναφοράς και του μετασχηματισμού ενός δικτύου, θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι παράμετροι μετασχηματισμού έχουν παγκόσμιο, εθνικό ή και τοπικό χαρακτήρα. Δορυφορικά δεδομένα χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό των παραμέτρων μετασχηματισμού μεταξύ δύο παγκόσμιων ή γήινων συστημάτων αναφοράς. Οι εθνικού χαρακτήρα παράμετροι μετασχηματισμού συνήθως προσδιορίζονται και διατίθενται από εθνικούς φορείς και, ουσιαστικά, συνδέουν ένα εθνικό γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς (γεωδαιτικό datum) με κάποιο παγκόσμιο σύστημα αναφοράς. π.χ. το ΕΓΣΑ '87 με το WGS 84 ή κάποιο ITRFxx. Τέλος, με τον όρο τοπικές παράμετροι μετασχηματισμού εννοούνται αυτές που αναφέρονται σε περιορισμένης έκτασης περιοχές (υποδίκτυα), προκειμένου ένα νέο δίκτυο GPS να ενταχθεί στο εθνικό δίκτυο ή να γίνει σύγκριση μεταξύ των συντεταγμένων του και αυτών ενός παλαιότερου, προσδιορισμένου με επίγειες μετρήσεις, δικτύου σε περιπτώσεις παρακολούθησης παραμορφώσεων.

Η εφαρμογή ενός μετασχηματισμού ομοιότητας σε μεγάλης έκτασης δίκτυα έχει ως συνέπεια την εξομάλυνση των τοπικών στρεβλώσεων και, επομένως, μπορεί να αλλοιώσει την τοπική κλίμακα και τον προσανατολισμό του δικτύου. Αυτό αποφεύγεται αν κατατμηθεί η περιοχή σε μικρότερα τμήματα και προσδιορισθούν οι αντίστοιχες παράμετροι για κάθε υποπεριοχή.

Η γενική μορφή της σχέσης που συνδέει δύο συστήματα συντεταγμένων με ένα μετασχηματισμό ομοιότητας είναι η:

$$\vec{X}_2 = (1+k) \cdot \mathbf{R} \cdot \vec{X}_1 + \vec{t}_x \quad \text{ή} \quad \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = (1+k) \cdot \mathbf{R}_z(\kappa) \cdot \mathbf{R}_y(\theta) \cdot \mathbf{R}_x(\omega) \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Ο μετασχηματισμός περιλαμβάνει τρεις μεταθέσεις t_x , t_y , t_z , τρεις στροφές $\mathbf{R}_x(\omega)$, $\mathbf{R}_y(\theta)$, $\mathbf{R}_z(\kappa)$ και τον *συντελεστή κλίμακας* k , που είναι η απόκλιση της κλίμακας από την μονάδα $(1+k)$ και είναι τόσο μικρή ποσότητα που μπορεί να εκφραστεί σε ppm (μέρη στο εκατομμύριο).

Ο τελικός πίνακας στροφής \mathbf{R} εξαρτάται από την σειρά με την οποία εφαρμόζονται οι τρεις στροφές $\mathbf{R}_x(\omega)$, $\mathbf{R}_y(\theta)$, $\mathbf{R}_z(\kappa)$ γύρω από τους άξονες \mathbf{X} , \mathbf{Y} , \mathbf{Z} αντίστοιχα. Στην σχέση (2.1) με τους επιμέρους πίνακες:

$$\mathbf{R}_x(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & \sin\omega \\ 0 & -\sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_z(\kappa) = \begin{bmatrix} \cos\kappa & \sin\kappa & 0 \\ -\sin\kappa & \cos\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ο τελικός πίνακας $\mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\kappa) \mathbf{R}_y(\theta) \mathbf{R}_x(\omega)$ δίνεται από την:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\kappa \cos\theta & \cos\kappa \sin\theta \sin\omega + \sin\kappa \cos\omega & \sin\kappa \sin\omega - \cos\kappa \sin\theta \cos\omega \\ -\sin\kappa \cos\theta & \cos\kappa \cos\omega - \sin\kappa \sin\theta \sin\omega & \sin\kappa \sin\theta \cos\omega + \cos\kappa \sin\omega \\ \sin\theta & -\cos\theta \sin\omega & \cos\theta \cos\omega \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \mathbf{Z}_2 \end{bmatrix} = (1+k) \cdot \begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{\varepsilon}_z & -\boldsymbol{\varepsilon}_y \\ -\boldsymbol{\varepsilon}_z & 1 & \boldsymbol{\varepsilon}_x \\ \boldsymbol{\varepsilon}_y & -\boldsymbol{\varepsilon}_x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Z}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{t}_x \\ \mathbf{t}_y \\ \mathbf{t}_z \end{bmatrix} \quad \text{ή} \quad (2.3)$$

$$\vec{\mathbf{X}}_2 = n(1+k) \cdot \mathbf{R} \cdot \vec{\mathbf{X}}_1 + \vec{\mathbf{t}}_x$$

όπου με $\boldsymbol{\varepsilon}_x$, $\boldsymbol{\varepsilon}_y$, $\boldsymbol{\varepsilon}_z$ εκφράζονται οι μικρές στροφές περί τους άξονες \mathbf{X} , \mathbf{Y} , \mathbf{Z} αντίστοιχα.

Στην περίπτωση που ο μετασχηματισμός ομοιότητας εφαρμόζεται μεταξύ γεωδαιτικών συστημάτων αναφοράς αναμένονται μικρές τιμές στις στροφές, αλλά και στον συντελεστή κλίμακας. Έτσι, θεωρώντας στροφές της τάξης των λίγων δευτερολέπτων, ο πίνακας της σχέσης (2.2) απλοποιείται και η (2.1) παίρνει την ακόλουθη μορφή, γνωστή στους μετασχηματισμούς στην γεωδαισία σαν μοντέλο **Bursa – Wolf** (King R.W. et al., 1985):

Το μοντέλο της (2.3) λειτουργεί ικανοποιητικά στην περίπτωση που προσδιορίζονται και εφαρμόζονται εθνικού ή παγκόσμιου χαρακτήρα παράμετροι μετασχηματισμού. Αν, όμως, χρησιμοποιηθεί για περιορισμένης έκτασης δίκτυα, οι τρεις παράμετροι στροφής παρουσιάζουν σημαντική συσχέτιση ως προς τις μεταθέσεις εξ αιτίας των δυσανάλογα μεγάλων αποστάσεων μεταξύ της αφετηρίας του γεωδαιτικού συστήματος και των κορυφών του δικτύου. Αυτές οι μεγάλες αποστάσεις έχουν ως συνέπεια οι μικρές γωνίες στροφής περί τους άξονες του συστήματος αναφοράς να μην γίνονται αντιληπτές από το δίκτυο ως στροφές, αλλά αντίθετα να εκφράζονται σαν συνδρομή στις συνιστώσες της μετάθεσης. Με τον τρόπο αυτό οι

συνιστώσες της μετάθεσης που προκύπτουν αποκλίνουν, συχνά, σε σημαντικό βαθμό από τις αντίστοιχες εθνικού χαρακτήρα τιμές τους, που εκπροσωπούν το γεωδαιτικό datum.

Αυτό το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπισθεί αν οι παράμετροι μετασχηματισμού συσχετισθούν με το κέντρο μάζας του σημειοσυνόλου του δικτύου ή και με κάποιο συγκεκριμένο σημείο του δικτύου ($\mathbf{X}_o, \mathbf{Y}_o, \mathbf{Z}_o$), οπότε το μοντέλο της σχέσης (2.3) καταλήγει στην μορφή:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \mathbf{Z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Z}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{k} & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & \mathbf{k} & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & \mathbf{k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_o \\ \mathbf{Y}_1 - \mathbf{Y}_o \\ \mathbf{Z}_1 - \mathbf{Z}_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{t}_x \\ \mathbf{t}_y \\ \mathbf{t}_z \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

όπου γινόμενα του τύπου $\mathbf{k} \cdot \varepsilon_i$ είναι πολύ μικρά και θεωρούνται μηδενικά.

Επειδή οι παράμετροι των στροφών και του συντελεστή κλίμακας εξαρτώνται μόνο από τις σχετικές θέσεις των κορυφών του δικτύου παραμένουν ίδιες και για τις δύο σχέσεις (2.3) και (2.4), ενώ αντίθετα το διάνυσμα της μετάθεσης δεν διατηρείται αμετάβλητο.

Για να προσδιορισθούν οι παράμετροι μετασχηματισμού της σχέσης (2.3), ή της (2.4) αντίστοιχα, ο ελάχιστος αναγκαίος αριθμός των τριγωνομετρικών σημείων με γνωστές συντεταγμένες και στα δύο γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς είναι τρία, παρ' όλο που συνήθως υπάρχουν περισσότερα σημεία διαθέσιμα. Προφανώς, στην περίπτωση αυτή ακολουθείται η Μέθοδος των Ελαχίστων Τετραγώνων (MET), εκτιμώνται οι παράμετροι μετασχηματισμού και ελέγχεται η στατιστική σημαντικότητα τους.

Οι υποπίνακες A_i του πίνακα A των εξισώσεων παρατήρησης είναι γι' αυτές τις δύο σχέσεις αντίστοιχα της μορφής:

$$A_i = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_i & 0 & -\mathbf{Z}_i & \mathbf{Y}_i & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{Y}_i & \mathbf{Z}_i & 0 & -\mathbf{X}_i & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{Z}_i & -\mathbf{Y}_i & \mathbf{X}_i & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

για την (2.3), ενώ για την (2.4):

$$A_i = \begin{pmatrix} (\mathbf{X} - \mathbf{X}_o)_i & 0 & (-\mathbf{Z} + \mathbf{Z}_o)_i & (\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_o)_i & 1 & 0 & 0 \\ (\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_o)_i & (\mathbf{Z} - \mathbf{Z}_o)_i & 0 & (-\mathbf{X}_n + \mathbf{X}_o)_i & 0 & 1 & 0 \\ (\mathbf{Z} - \mathbf{Z}_o)_i & (-\mathbf{Y} + \mathbf{Y}_o)_i & (\mathbf{X} - \mathbf{X}_o)_i & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Το διάνυσμα των αγνώστων είναι της μορφής:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{k} \quad \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \mathbf{t}_x \quad \mathbf{t}_y \quad \mathbf{t}_z)^T$$

και το δεξιό μέλος των εξισώσεων και για τις δύο περιπτώσεις είναι :

$$I_i = \left(\left(X_2 - X_1 \right)_i \quad \left(Y_2 - Y_1 \right)_i \quad \left(Z_2 - Z_1 \right)_i \right)^T$$

Παρατηρώντας τις σχέσεις (2.5) και (2.6) φαίνεται ότι υπάρχει σημαντική διαφορά στο μέγεθος των συντελεστών των αγνώστων μεταξύ των παραμέτρων της μετάθεσης και των υπολοίπων παραμέτρων. Προφανώς, αυτή η διαφορά επηρεάζει και την συμβατότητα των σημαντικών ψηφίων στα στοιχεία του πίνακα των κανονικών εξισώσεων. Ένας τρόπος να αποφευχθεί αυτό το πρόβλημα είναι να προσδιοριστούν οι παράμετροι του τρισδιάστατου μετασχηματισμού ομοιότητας σε δύο βήματα. Έτσι, προηγείται η εκτίμηση των παραμέτρων της μετάθεσης, οι οποίες εφαρμόζονται στην προς μετασχηματισμό ομάδα συντεταγμένων και ακολουθεί ο προσδιορισμός των υπολοίπων παραμέτρων των στροφών και του συντελεστή της κλίμακας. Οι τελευταίες αποδεικνύονται πολύ μικρές με συνέπεια να μην χρειάζεται ανακύκλωση στην διαδικασία της συνόρθωσης.

Για τους τρισδιάστατους μετασχηματισμούς ομοιότητας (σχέσεις 2.3 και 2.4) χρησιμοποιούνται καρτεσιανές συντεταγμένες οι οποίες, όμως, στην περίπτωση που το ένα σύστημα είναι γεωδαιτικό datum, προκύπτουν από μετατροπή των γεωδαιτικών συντεταγμένων (φ, λ, h) σε καρτεσιανές ($\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$). Αυτή η διαδικασία προϋποθέτει ότι είναι γνωστά τα γεωμετρικά υψόμετρα h , άρα και οι αποχές του γεωειδούς. Στην περίπτωση, όμως, ενός τοπικού γεωδαιτικού datum, συχνά, για ένα μεγάλο αριθμό τριγωνομετρικών σημείων είναι διαθέσιμα μόνο ορθομετρικά υψόμετρα, γεγονός που επιδρά στις τιμές των παραμέτρων και απαιτεί διερεύνηση.

Μια άλλη διαδικασία που ακολουθείται στη περίπτωση τρισδιάστατων μετασχηματισμών, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις που το σύστημα συντεταγμένων δεν διαθέτει ομοιογενή συμπεριφορά σε κλίμακα και προσανατολισμό, είναι η χρήση πολυωνύμων ή όπως αλλιώς είναι γνωστή ως **μετασχηματισμός πολλαπλής παλινδρόμησης** (multiple regression transformation) (NIMA TR 8350.2, 1997), (Soycan, 2005). Στην περίπτωση αυτή οι σχέσεις μετασχηματισμού εκφράζονται ως:

$$\Delta \mathbf{X} = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^i A_{ij} u^j v^{i-j}, \quad \Delta \mathbf{Y} = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^i B_{ij} u^j v^{i-j}, \quad \Delta \mathbf{Z} = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^i C_{ij} u^j v^{i-j} \quad (2.7)$$

όπου $u = \varphi - \varphi_0$ και $v = \lambda - \lambda_0$

Τα μεγέθη στην σχέση (2.7) είναι τα ακόλουθα:

A_{ij}, B_{ij}, C_{ij} οι συντελεστές του πολυωνύμου που προσδιορίζονται με την MET
 (φ_0, λ_0) οι γεωδαιτικές συντεταγμένες του κέντρου βάρους του σημειοσυνόλου
 (φ, λ) οι γεωδαιτικές συντεταγμένες των σημείων του δικτύου που είναι γνωστά και στα δύο συστήματα.

Ας σημειωθεί ότι οι μετασχηματισμοί με πολυώνυμα εξαρτώνται σε σημαντικό

βαθμό από την γεωγραφική κατανομή και τον αριθμό των κοινών και στα δύο συστήματα αναφοράς σημείων, καθώς και από την επιλογή του βαθμού της πολωνυμικής συνάρτησης (Iliffe, 2000).

Τέλος, αν οι θέσεις των κοινών σημείων είναι εκφρασμένες σε γεωδαιτικές συντεταγμένες (φ , λ , h) ο μετασχηματισμός από το ένα γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς στο άλλο είναι γνωστός ως οι σχέσεις του **Molodensky** (**Molodensky formulae**) (Heiskanen and Moritz, 1967; Iliffe, 2000). Στην περίπτωση ενός τέτοιου μετασχηματισμού το μοντέλο θεωρεί μόνο μετάθεση της αφετηρίας και μεταβολές στο μέγεθος και το σχήμα του ελλειψοειδούς, αλλά δεν προβλέπεται μεταβολή στον προσανατολισμό των αξόνων του ελλειψοειδούς.

2.2 Δισδιάστατοι μετασχηματισμοί

Στην περίπτωση δικτύων περιορισμένης έκτασης (όχι μεγαλύτερα από 100 km × 100 km), ακολουθείται συχνά μία άλλη προσέγγιση. Μετατρέπονται οι αρχικές τρισδιάστατες καρτεσιανές συντεταγμένες σε γεωδαιτικές (φ , λ , h), σε κοινό ελλειψοειδές αναφοράς, και στην συνέχεια σε δισδιάστατες καρτεσιανές συντεταγμένες (x , y) στην προβολή. Εφαρμόζεται, τότε, ο πλήρης δισδιάστατος μετασχηματισμός ομοιότητας, γνωστός ως μετασχηματισμός *Helmert*, με δύο παραμέτρους μετάθεσης Δx_o , Δy_o , μία στροφή θ και μία παράμετρο κλίμακας $\mathbf{K} = (1+k)$ (Hofmann-Wellenhof et al., 2001):

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_o \\ \Delta y_o \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Η έκφραση (2.8) μπορεί να πάρει την ακόλουθη γραμμική μορφή :

$$\begin{aligned} x_2 &= \mathbf{a}x_1 - \mathbf{b}y_1 + \Delta x_o \\ y_2 &= \mathbf{b}x_1 + \mathbf{a}y_1 + \Delta y_o \end{aligned} \quad (2.9)$$

όπου ισχύει: $\mathbf{a} = \mathbf{K} \cos\theta$ και $\mathbf{b} = \mathbf{K} \sin\theta$

Τότε ο συντελεστής κλίμακας δίνεται από την: $\mathbf{K} = (\mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2)^{1/2}$
και η στροφή από την: $\theta = \text{atan}(\mathbf{b}/\mathbf{a})$

Μία τροποποιημένη διαδικασία ακολουθείται αρκετά συχνά εφόσον υπάρχουν κοινά σημεία με γνωστές τρισδιάστατες συντεταγμένες. Έτσι, προσδιορίζονται, αρχικά, οι παράμετροι της μετάθεσης στις τρεις διαστάσεις (t_x , t_y , t_z) και εφαρμόζονται στις προς μετασχηματισμό συντεταγμένες. Στη συνέχεια, μετατρέπονται οι δύο ομάδες συντεταγμένων σε (φ , λ , h) σε κοινό ελλειψοειδές αναφοράς και τελικά ανάγονται στην προβολή (x , y) και εφαρμόζεται ο πλήρης δισδιάστατος μετασχηματισμός της σχέσης (2.8), συμπεριλαμβάνοντας στους αγνώστους και τις παραμέτρους της δισδιάστατης μετάθεσης (Δx_o , Δy_o).

Η ανάγκη για εκ νέου προσδιορισμό της μετάθεσης (Δx_o , Δy_o) προκύπτει από το γεγονός ότι η προβολή στο επίπεδο του προσδιορισμένου στον χώρο κέντρου μά-

ζας ενός σημειοσυνόλου δεν συμπίπτει με το κέντρο μάζας που προσδιορίζεται από τις προβολές του ίδιου σημειοσυνόλου στο επίπεδο ((*Iiffe, 2000; Mitsakaki, 2004*)).

Και στην περίπτωση των δύο διαστάσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα δισδιάστατο πολυωνυμικό μοντέλο. Οι σχέσεις είναι ισοδύναμες με τις αντίστοιχες για τις τρεις διαστάσεις:

$$\Delta X = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^i A_{ij} u^j v^{i-j}, \quad \Delta Y = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^i B_{ij} u^j v^{i-j}, \quad (2.10)$$

όπου $u = \varphi - \varphi_0$ και $v = \lambda - \lambda_0$

Είναι φανερό από την μορφή των πολυωνυμικών σχέσεων, ότι αντί των γεωδαιτικών συντεταγμένων (φ, λ) μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι δισδιάστατες συντεταγμένες στην προβολή (x, y) και η μορφή των σχέσεων θα είναι ανάλογη με αυτή των (2.7).

Ας σημειωθεί ότι ο δισδιάστατος μετασχηματισμός θα πρέπει να προτιμάται στην περίπτωση που είναι διαθέσιμα για το (τοπικό) γεωδαιτικό Datum μόνο ορθομετρικά υψόμετρα, αφού η παράλειψη της αποχής του γεωειδούς δεν επηρεάζει τις παραμέτρους του μετασχηματισμού.

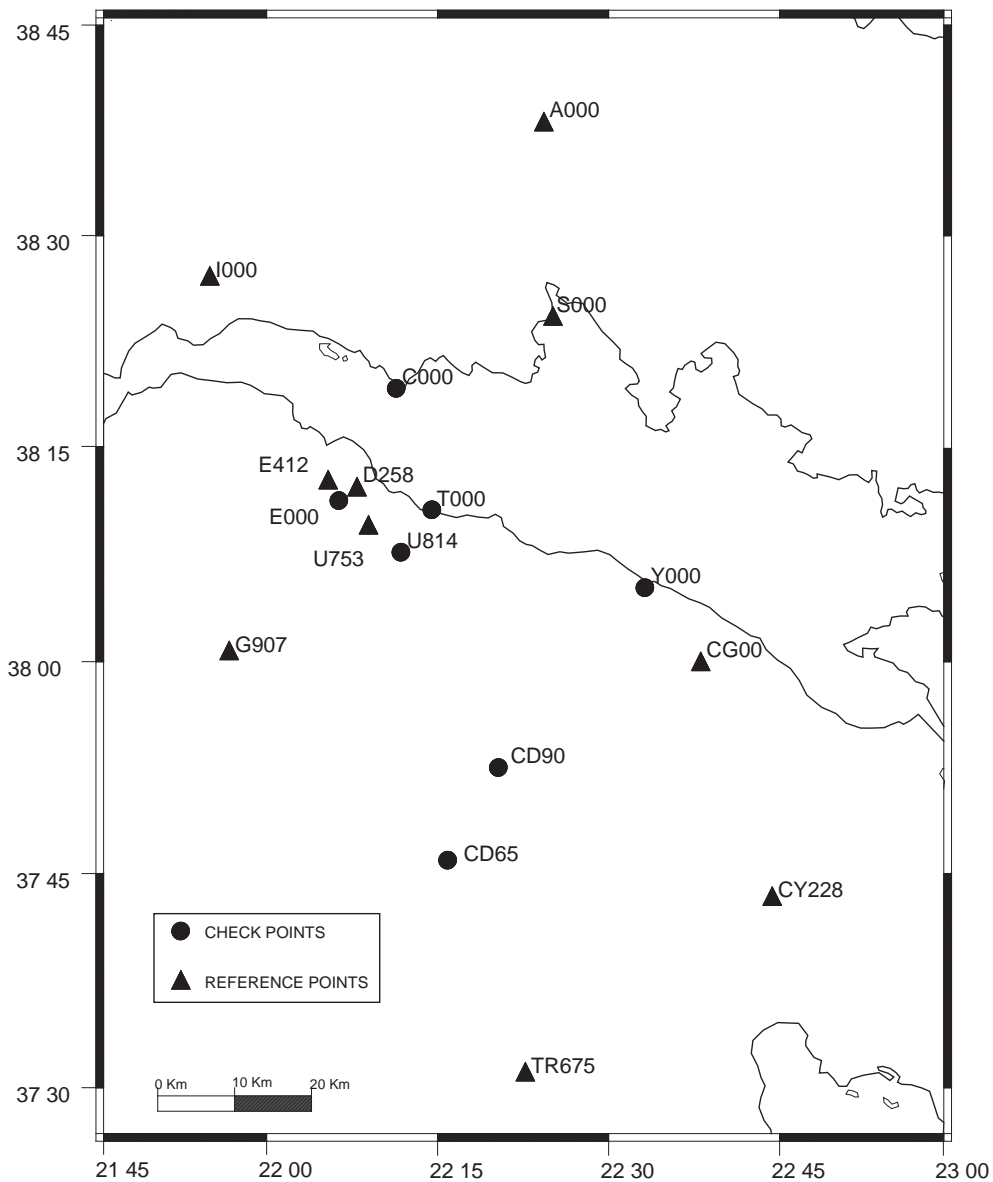
3 Μεθοδολογία

3.1 Δεδομένα

Στις περιπτώσεις που εξετάστηκαν ήταν διαθέσιμες δύο σειρές συντεταγμένων: Μία σειρά συντεταγμένων που είχε προκύψει από την επεξεργασία των πρόσφατων μετρήσεων με GPS, και αναφέρεται στο παγκόσμιο γεωδαιτικό σύστημα ITRF 2000 και μία σειρά συντεταγμένων προσδιορισμένων στο Ελληνικό γεωδαιτικό Datum ΕΓΣΑ 87. Προσδιορίστηκαν παράμετροι μετασχηματισμού από το ΕΓΣΑ 87 στο ITRF 2000.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν αφορούν ένα σχετικά μέτριο σε έκταση δίκτυο, με διαστάσεις περίπου $100 \text{ km} \times 150 \text{ km}$, τμήμα ενός εκτενέστερου δικτύου παρατηρήσεων GPS, που ιδρύθηκε σταδιακά, από την δεκαετία του 1990, στην περιοχή του Κορινθιακού κόλπου για την παρακολούθηση της τεκτονικής συμπεριφοράς της περιοχής (*Briole et al., 2000*).

Ως μέση εποχή των πρόσφατων παρατηρήσεων GPS θεωρήθηκε το 1995, ενώ οι επίγειες γεωδαιτικές παρατηρήσεις, για τον προσδιορισμό των συντεταγμένων στο ΕΓΣΑ87 είχαν γίνει περί το 1970. Αυτό σημαίνει ότι, μεσολάβησε ένα χρονικό διάστημα περίπου 30 ετών μεταξύ των δύο σειρών των συντεταγμένων (*Agatza-Balodimou et al., 2002; Mitsakaki et al., 2006*).



Σχήμα 1 Μορφή του δικτύου του Κορινθιακού κόλπου τόσο για το "Προσομοιωμένο" όσο και για το δίκτυο του "Κορινθιακού". Τα δέκα σημεία αναφοράς παρουσιάζονται σαν τρίγωνα, ενώ τα επτά σημεία ελέγχου σαν κύκλοι.

Σε περιπτώσεις που πρόσφατα δεδομένα GPS συγκρίνονται με επίγειες γεωδαιτικές μετρήσεις με σκοπό την παρακολούθηση της τεκτονικής συμπεριφοράς μίας περιοχής οι δύο σειρές συντεταγμένων παρουσιάζουν σημαντικές αποκλίσεις. Έτσι, είναι συχνά δύσκολο να διαχωριστεί ποιο τμήμα ανήκει στην μη σύμπτωση των δύο γεωδαιτικών συστημάτων αναφοράς και ποιο τμήμα αφορά στην πραγμα-

τική μετακίνηση της περιοχής.

Για να αποφευχθεί αυτό το πρόβλημα αλλά και για να ελεγχθεί το λογισμικό που αναπτύχθηκε θεωρήθηκε μία προσομοίωση με δύο σειρές συντεταγμένων για 17 τριγωνομετρικά σημεία ("Προσομοιωμένο δίκτυο"). Η μία σειρά ήταν οι εκφρασμένες στο ITRF 2000 συντεταγμένες του Κορινθιακού κόλπου, ενώ η άλλη προέκυψε από αυτήν αφού εφαρμόστηκε ένας συγκεκριμένος τρισδιάστατος μετασχηματισμός ομοιότητας και προστέθηκε τυχαίος θόρυβος στις συντεταγμένες. Η σειρά αυτή των συντεταγμένων είναι πολύ κοντά σε συντεταγμένες εκφρασμένες στο ΕΓΣΑ 87, αλλά δεν έχει πια τις αποκλίσεις που αναφέρθηκαν προηγουμένως και οφείλονται στο πεδίο των μετακινήσεων στην περιοχή του Κορινθιακού κόλπου (Πίνακες 1 και 2).

Για όλες τις περιπτώσεις εκτιμήθηκαν μεταβλητότητες της μιας μέτρησης για να συγκριθούν τα μοντέλα ομοιότητας ως προς τα πολυωνμικά μοντέλα, ενώ οι αντίστοιχες μεταβλητότητες των παραμέτρων των μοντέλων ελέγχθηκαν για επίπεδο σημαντικότητας 5% (t-test).

3.2 Αποτελέσματα

Στην περίπτωση των τρισδιάστατων μετασχηματισμών ομοιότητας προτιμήθηκε ο προσδιορισμός των παραμέτρων σε δύο βήματα: πρώτα οι μεταθέσεις και σε δεύτερο βήμα οι στροφές και ο συντελεστής κλίμακας. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 1a.

Πίνακας 1a, b Παράμετροι μετασχηματισμού ομοιότητας και οι αντίστοιχες μεταβλητότητες των επιλύσεων.

a.

	Παράμετροι	Δίκτυα	
		Προσομοιωμένο	Κορινθιακού
3D Επιλύσεις	ΔX_0 (m)	-201.439	-200.410
	ΔY_0 (m)	74.274	74.558
	ΔZ_0 (m)	245.407	246.108
	k (ppm)	0.0	0.0
	ε_x (")	0.0	0.7
	ε_y (")	0.0	0.3
	ε_z (")	0.0	0.6
	$\hat{\sigma}_o^2$	0.0004	0.5685

b.

	Παράμετροι	Δίκτυα	
		Προσομοιωμένο	Κορινθιακού
2D Επιλύσεις	Δx_0 (m)	147.829	127.730
	Δy_0 (m)	308.211	301.715
	k (ppm)	4.7	2.8
	ω (")	0.21	1.15
	$\hat{\sigma}_o^2$	0.0002	0.0451

Στην περίπτωση των δισδιάστατων μετασχηματισμών χρησιμοποιήθηκε το γραμμικό μοντέλο της σχέσης (2.9). Οι τρισδιάστατες καρτεσιανές συντεταγμένες (X, Y, Z) και των δύο ομάδων συντεταγμένων (ITRF 2000 και ΕΓΣΑ 87) μετατράπηκαν σε γεωδαιτικές συντεταγμένες (φ, λ, h) στο κοινό για τα δύο συστήματα ελλειψοειδές GRS80 και κατόπιν σε επίπεδες συντεταγμένες (x, y) στην Εγκάρσια Μερκατορική Προβολή του ΕΓΣΑ 87. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον **Πίνακα 1b**.

Οι συντελεστές που εκτιμήθηκαν, τόσο για τους τρισδιάστατους (2.7), όσο και για τους δισδιάστατους (2.10) πολωνυμικούς μετασχηματισμούς δίνονται στον **Πίνακα 2a, b**.

Πίνακας 2 a, b Πολωνυμικοί παράμετροι μετασχηματισμού και οι αντίστοιχες μεταβλητότητες των επιλύσεων.

a.

	Δίκτυα			Δίκτυα			Δίκτυα		
	Πολωνυμικοί Συντελεστές	Προσομοιωμένο	Κορινθιακού	Προσομοιωμένο	Κορινθιακού	Προσομοιωμένο	Κορινθιακού		
3D Επίλυση	A00 (m)	-201.438	-200.226	B00 (m)	74.253	74.688	C00 (m)	245.390	245.945
	A10	-0.0123	1.341	B10	-0.051	0.346	C10	0.007	0.739
	A11	-0.0078	-2.276	B11	-0.030	-0.237	C11	0.018	-0.786
	A20	-0.064	-1.154	B20	0.315	-1.860	C20	0.153	0.975
	A21	-0.010	0.236	B21	0.060	-0.032	C21	0.090	1.937
	A22	-0.141	3.905	B22	0.282	-0.325	C22	0.108	3.329
	$\hat{\sigma}_o^2$	0.0004	.05329						

b.

	Πολωνυμικοί Συντελεστές	Δίκτυα		Πολωνυμικοί Συντελεστές	Δίκτυα	
		Προσομοιωμένο	Κορινθιακού		Προσομοιωμένο	Κορινθιακού
2D Επίλυση	A00 (m)	150.430	150.357	B00 (m)	287.963	287.588
	A10	-0.412	-0.617	B10	-0.066	-0.334
	A11	0.117	0.769	B11	-0.521	0.179
	A20	-0.056	-1.326	B20	-0.086	1.784
	A21	-0.226	-0.125	B21	-0.084	1.338
	A22	-0.139	-1.872	B22	-0.141	0.302
	$\hat{\sigma}_o^2$	0.0001	0.0237			

Χρησιμοποιήθηκαν δέκα (10) σημεία του δικτύου για να εκτιμηθούν οι παράμετροι των μοντέλων μετασχηματισμού, ενώ τα υπόλοιπα επτά (7) σημεία αξιοποιήθηκαν σαν σημεία ελέγχου. Οι υπολογισμένες καλύτερες εκτιμήσεις των παραμέτρων μετασχηματισμού κάθε μοντέλου εφαρμόστηκαν στις αρχικές ΕΓΣΑ 87 συντεταγμένες των σημείων ελέγχου και τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με τις γνωστές ITRF 2000, για να προσδιορισθούν οι αποκλίσεις (**Πίνακας 3**).

Πίνακας 3 Μέγιστες αποκλίσεις σε cm, μεταξύ των μετασχηματισμένων ΕΓΣΑ 87 αρχείων και των αντίστοιχων σε ITRF 2000, για όλους τους τύπους μοντέλων μετασχηματισμού.

Είδη επιλύσεων		Αποκλίσεις σε cm		
		Προσομοιωμένο δίκτυο	Δίκτυο Κορινθιακού	
3D Επιλύσεις	A	3D αποκλίσεις λόγω 3D μετασχηματισμού σε δύο βήματα με χρήση γεωμετρικών υψόμετρων (h)	< 2.5	< 115
	B	3D αποκλίσεις λόγω 3D μετασχηματισμού με πολυώνυμα με χρήση γεωμετρικών υψόμετρων (h)	< 3.5	< 138
	Γ	3D αποκλίσεις λόγω 3D μετασχηματισμού σε δύο βήματα με χρήση ορθομετρικών υψόμετρων (H^0)	< 240	
2D Επιλύσεις	Δ	2D αποκλίσεις λόγω 2D μετασχηματισμού	< 2.5	< 34
	E	2D αποκλίσεις λόγω 2D μετασχηματισμού με πολυώνυμα	< 8	< 42
Συγκρίσεις		Σύγκριση περιπτώσεων A και Δ	< 2	< 29
		Σύγκριση περιπτώσεων B και E	< 3.5	< 40
		Σύγκριση περιπτώσεων Γ και Δ	< 4.5	

Στην περίπτωση των τρισδιάστατων μετασχηματισμών, και για τα δύο δίκτυα, δεν υπολογίστηκαν μόνο οι τρισδιάστατες αποκλίσεις (ΔX , ΔY , ΔZ), αλλά, αφού εφαρμόστηκαν οι μετασχηματισμοί αυτοί στις συντεταγμένες του ΕΓΣΑ 87, οι συντεταγμένες προβλήθηκαν στην απεικόνιση και συγκρίθηκαν με τις αντίστοιχες δισδιάστατες ITRF 2000 (**Πίνακας 3**).

Στους δισδιάστατους μετασχηματισμούς οι συγκρίσεις έγιναν στην προβολή μεταξύ των συντεταγμένων του ΕΓΣΑ 87, μετά την εφαρμογή του μετασχηματισμού, και των αντίστοιχων του ITRF 2000 (**Πίνακας 3**).

Το μέγεθος της επίδρασης από την χρήση ορθομετρικών αντί των γεωμετρικών υψόμετρων, τόσο στις τιμές των παραμέτρων του μετασχηματισμού, όσο και στις συντεταγμένες εξετάστηκε στο δίκτυο της προσομοίωσης. Το αρχείο των ψευδο-“ΕΓΣΑ 87” τρισδιάστατων συντεταγμένων (X , Y , Z) εκφράστηκε σε γεωδαιτικές συντεταγμένες (φ , λ , h) και οι διαθέσιμες, για τα συγκεκριμένα τριγωνομετρικά

σημεία, αποχές του γεωειδούς για το ΕΓΣΑ 87 αφαιρέθηκαν από τα αντίστοιχα γεωμετρικά υψόμετρα h , για να προσδιορισθούν τα αναγκαία για τη μελέτη ορθομετρικά υψόμετρα H^o . Ακολούθως, εκτιμήθηκε η επίδραση της παράλειψης της αποχής του γεωειδούς στις παραμέτρους του μετασχηματισμού (Πίνακας 4) και, κατά συνέπεια, στις τρισδιάστατες αποκλίσεις μεταξύ των ITRF 2000 συντεταγμένων και των λανθασμένα μετασχηματισμένων ΕΓΣΑ 87 (Πίνακας 3).

Πίνακας 4 Επίδραση στις παραμέτρους μετασχηματισμού για τα 3D και 2D μοντέλα όταν χρησιμοποιούνται ορθομετρικά αντί των γεωμετρικών υψόμετρων και οι αντίστοιχες μεταβλητότητες των επιλύσεων

	<i>Παράμετροι</i>	<i>Προσομοιωμένο δίκτυο</i>		<i>Δίκτυο Κορινθιακού</i>	
		γεωμετρικά υψόμετρα (h)	ορθομετρικά υψόμετρα (H^o)	γεωμετρικά υψόμετρα (h)	ορθομετρικά υψόμετρα (H^o)
3D Επιλύσεις	ΔX_o (m)	-201.439	-198.322	-200.410	-198.284
	ΔY_o (m)	74.274	75.546	74.558	75.434
	ΔZ_o (m)	245.407	248.053	246.108	247.909
	k (ppm)	0.0	0.0	0.0	0.0
	ε_x (")	0.0	-0.01	0.7	0.7
	ε_y (")	0.0	-0.004	0.3	0.3
	ε_z (")	0.0	-0.008	0.6	0.6
	$\hat{\sigma}_o^2$	0.0004	1.1236	0.5685	1.4304
2D Επιλύσεις	Δx_o (m)	147.829		127.730	
	Δy_o (m)	308.211		301.715	
	k (ppm)	4.7		2.8	
	ω (")	-0.21		1.15	
	$\hat{\sigma}_o^2$	0.0002		0.045	

4 Συμπεράσματα

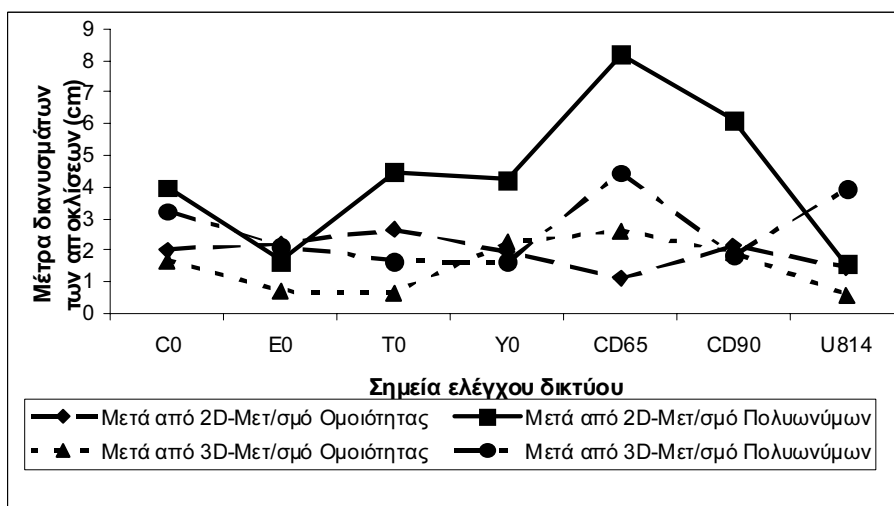
Στην περίπτωση του Προσομοιωμένου δικτύου, όλες οι αποκλίσεις (με την εξαίρεση της περίπτωσης όπου χρησιμοποιήθηκαν ορθομετρικά υψόμετρα) είναι, όπως αναμένεται, μικρότερες από 2-5 cm (Πίνακας 3), της ίδιας, δηλαδή, τάξης μεγέθους με τις αντίστοιχες μεταβλητότητες που εκτιμήθηκαν από τις συνορθώσεις (Πίνακες 1 και 2).

Στην περίπτωση που αγνοήθηκαν οι αποχές του γεωειδούς στον τρισδιάστατο μετασχηματισμό, μεγαλύτερη επίδραση φαίνεται να εκδηλώνεται στις παραμέτρους της μετάθεσης (Πίνακας 4). Φυσικά, ανάλογο μέγεθος παρουσιάζουν οι τρισδιάστατες αποκλίσεις μεταξύ των ITRF 2000 συντεταγμένων και των λανθασμένα μετασχηματισμένων ΕΓΣΑ 87 συντεταγμένων (Πίνακας 3). Ωστόσο, στην περίπτωση που αυτές οι λανθασμένα μετασχηματισμένες ΕΓΣΑ 87 συντεταγμένες μεταφέρονται στην προβολή, οι αντίστοιχες δισδιάστατες αποκλίσεις είναι σημαντικά μικρότερες, της τάξης των μερικών cm (Πίνακας 3).

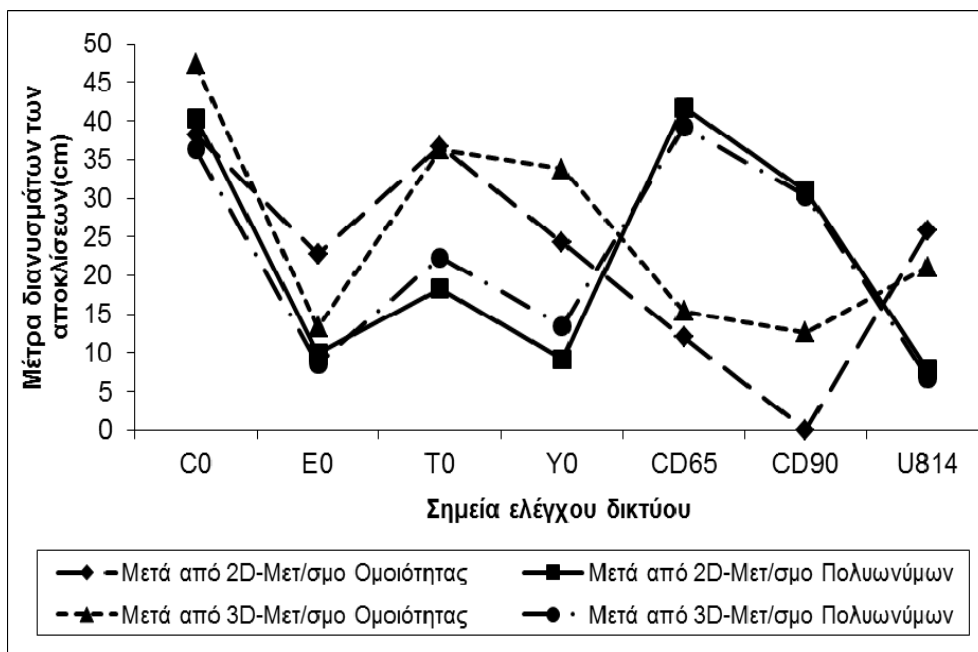
Στην περίπτωση του δικτύου του Κορινθιακού και ανεξάρτητα από το μοντέλο που εφαρμόζεται για την εκτίμηση των παραμέτρων μετασχηματισμού, οι αποκλίσεις και οι ανάλογες μεταβλητότητες, ήταν σημαντικές (της τάξης των μερικών δεκάδων cm), λόγω της παρουσίας του πεδίου μετακινήσεων στην τεκτονικά ενεργή περιοχή (Πίνακες 1, 2 και 3).

Ο πολυωνυμικός μετασχηματισμός, που εφαρμόστηκε και στα δύο δίκτυα, φαίνεται να δίνει αποτελέσματα ανάλογα με αυτά του μετασχηματισμού ομοιότητας (Πίνακας 3). Όταν απεικονίζονται τα μέτρα των διανυσμάτων των αποκλίσεων για τα επτά σημεία ελέγχου (Σχήματα 2 και 3) είναι εμφανείς οι ίδιες ενδείξεις.

Ας αναφερθεί εδώ ότι έγιναν έλεγχοι του λόγου των μεταβλητοτήτων (F-tests), για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, μεταξύ των δύο μοντέλων, τόσο για τις δισδιάστατες, όσο και για τις τρισδιάστατες επιλύσεις. Όλοι οι έλεγχοι ήταν επιτυχείς, γεγονός που αποδεικνύει ότι και τα δύο μοντέλα ήσαν στατιστικά ισοδύναμα στην περίπτωση μας.



Σχήμα 2 Μέτρα των διανυσμάτων των αποκλίσεων των συντεταγμένων για τα σημεία ελέγχου του Προσομοιωμένου δικτύου.



Σχήμα 3 Μέτρα των διανυσμάτων των αποκλίσεων των συντεταγμένων για τα σημεία ελέγχου του δικτύου του Κορινθιακού.

Όσον αφορά τη στατιστική σημαντικότητα των παραμέτρων των μοντέλων, για όλες τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν, όλες -εκτός από τις παραμέτρους της μετάθεσης- βρέθηκαν ασήμαντες για το επίπεδο σημαντικότητας του 5%. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι το ΕΓΣΑ 87 είναι ένα Datum που ιδρύθηκε σχετικά πρόσφατα και έχει ληφθεί πρόνοια να είναι συμβατό με τα εκάστοτε ITRF (Veis, 1996).

Σε γενικές γραμμές, η επιλογή της καλύτερης προσέγγισης, ακόμα και για σχετικά εκτενή δίκτυα, εξαρτάται από τις υφιστάμενες συνθήκες του προς μελέτη γεωδαιτικού έργου. Εφόσον επιλεγεί ο τρισδιάστατος μετασχηματισμός ομοιότητας, είναι προτιμότερη η διαδικασία σε δύο βήματα, καθώς η επίλυση με την MET είναι πιο σταθερή, ενώ, λόγω των μικρών τιμών των παραμέτρων των στροφών και της κλίμακας, μάλλον αποφεύγονται οι ανακυκλώσεις στη συνόρθωση. Συχνά, η δισδιάστατη προσέγγιση είναι προτιμότερη, ιδιαίτερα στη περίπτωση μικρής έκτασης ή ειδικής σκοπιμότητας γεωδαιτικών δικτύων, ενώ η επιλογή του μοντέλου μετασχηματισμού δεν φαίνεται να έχει σημασία.

Η παράλειψη της αποχής του γεωειδούς στη περίπτωση τοπικών γεωδαιτικών συστημάτων αναφοράς επηρεάζει σημαντικά, τόσο τις παραμέτρους του τρισδιάστατου μετασχηματισμού, όσο και τις τρισδιάστατες συντεταγμένες που προκύπτουν από αυτόν. Ωστόσο, για συγκεκριμένες γεωδαιτικές εφαρμογές, όπου χρειάζονται μόνο δισδιάστατες συντεταγμένες, όπως κτηματολογικές εφαρμογές ή δίκτυα ορι-

ζοντίου ελέγχου, το πρόβλημα αμβλύνεται με εφαρμογή δισδιάστατου μετασχηματισμού. Σε αντίθετη περίπτωση, εάν ο τρισδιάστατος μετασχηματισμός είναι επιβεβλημένος, θα πρέπει να αξιοποιηθεί οποιαδήποτε διαθέσιμη μέθοδος για να εκτιμηθούν οι άγνωστες αποχές του γεωειδούς.

Στην περίπτωση της ανάλυσης τεκτονικών παραμορφώσεων, τα γεωδαιτικά δεδομένα θα πρέπει να αναφερθούν σε ενιαίο σύστημα αναφοράς. Συνεπώς, το ερώτημα της σωστής επιλογής της διαδικασίας που συνιστάται να ακολουθείται στη περίπτωση αυτή δεν έχει εύκολη απάντηση, παρόλο που η συχνότερα ακολουθούμενη δισδιάστατη προσέγγιση φαίνεται να είναι επαρκώς ικανοποιητική, ιδιαίτερα αν δεν είναι γνωστές οι αποχές του γεωειδούς για παλαιά δεδομένα.

Βιβλιογραφία

- Agatza-Balodimou A.M., Briole P., Mitsakaki C., Papazissi K., 2002. *Crustal Deformations from Sparse Geodetic Data*, Survey Review, No 283, Vol. 36, pp. 367-379.
- Briole P. Rigo A., Lyon-Caen H., Ruegg J.C., Papazissi K., Mitsakaki C., Agatza-Balodimou A.M., Veis G., Hatzfeld D., Deschamps A., 2000. *Active Deformation of the Gulf of Korinthos, Greece: Results From Repeated GPS Surveys Between 1990 and 1995*. JGR, Solid Earth, Vol.105, No B11, pp. 25605-25625.
- Heiskanen W., Moritz H., 1967. *Physical Geodesy*, W. H. Freeman & Co, New York, p. 364.
- Hofmann-Wellenhof B., et al., 2001. *GPS Theory and Practice, 5th revised edition*, Springer.
- Illiffe J.C., 2000. *Datums and Map Projections for Remote Sensing, GIS and Surveying*, Whittles Publ., Scotland, UK, p. 150.
- King R.W., Masters E.G., Rizos C., Stolz A., Collins J., 1985. *Surveying with Global Positioning System –GPS*, Ümmler, Bonn.
- Mitsakaki C., 2004. Coordinate Transformations, Pres. at the FIG Working Week 2004, Athens, Greece, May 22-27, 2004
- Mitsakaki C., Agatza-Balodimou A. M. and Papazissi K., 2006. *Geodetic reference frames transformations*, Survey Review Vol. 38, No. 301, pp. 608-618.
- NIMA TR 8350.2, 1997. *Technical Reports, 3rd edition*, USA Dept. of Defense, World Geodetic System 84.
- Soycan M., 2005. *Polynomial versus similarity transformations between GPS and Turkish reference systems*. Survey Review, Vol. 38, No. 296, pp. 58-69.
- Vanicek P., Steeves R.R., 1996. *Transformation of coordinates between two horizontal geodetic datums*. J. of Geodesy, No 70, pp. 740-745.
- Veis G., 1996. *National Report of Greece*, Report on the Symp. of the IAG Subcommittee for the European Reference Frame (EUREF), Ankara, 22-25 May, 1996, Publ. no 5, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Heft Nr. 57.