

Μια Μέθοδος για την Ανίχνευση Ασθενών Παροδικών Περιοδικοτήτων σε μια Χρονική Σειρά

Μ. Κονταδάκης

Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης,

Παν.Θυρ. 449, ΤΚ 54124, Θεσσαλονίκη.

e-mail: kodadaki@vergina.eng.auth.gr

Περίληψη

Η μέτρηση πολλών φυσικών μεγεθών συνίσταται από μία χρονική σειρά των τιμών της που λαμβάνεται με την βοήθεια μιάς κατάλληλης πειραματικής διάταξης. Το κατώτερο όριο ενός ακριβούς προσδιορισμού της τιμής του φυσικού μεγέθους προσδιορίζεται από την τυπική απόκλιση ενός δείγματος της χρονικής σειράς, το οποίο κατά την κρίση του παρατηρητή είναι καθαρό από τυχόν συστηματικές ίδιες μεταβολές του φυσικού μεγέθους και ανακλά τον θόρυβο της πειραματικής διάταξης. Η χρήση της ανάλυσης Fractal παρέχει αποφασιστικά στοιχεία για την εκτίμηση της τυχαιότητας του επιλεγμένου δείγματος και τον προσδιορισμό του πραγματικού θορύβου της πειραματικής διάταξης γεγονός που βελτιώνει πάρα πολύ την διακριτική ικανότητά της.

A Method to Detect Weak Transient Oscillations in a Time Series

M. Contadakis

Department of Surveying and Geodesy, Aristotle University of Thessaloniki,

Uni. Box 449, GR-54124, Thessaloniki Greece.

e-mail: kodadaki@vergina.eng.auth.gr

Abstract

The observations of many physical quantities constitute a time series of their values, gathered with the help of a proper instrumentation, the so called observational system. The lower limit of an accurate determination of the physical quantity is usually determined from the standard deviation of a certain part of the sample, as it is recorded by the instrumentation at hand. This sample is considered, according to the observer's estimation (judgment) to reflect the random noise of his observational system and is clear from any real variation of the physical quantity its self. The Fractal analysis will provide decisive arguments on the estimation of the sample randomness and will indicate the presence or not of non-random constituent in the sample.

1. Εισαγωγή

Η μέτρηση πολλών φυσικών μεγεθών συνίσταται από μία χρονική σειρά των τιμών της που λαμβάνεται με την βοήθεια μιας κατάλληλης πειραματικής διάταξης. Τις περισσότερες φορές δεν είναι δυνατόν να εξαχθούν ασφαλή συμπεράσματα για την τιμή τους και τον πιθανό τρόπο που αυτές μεταβάλλονται κυρίως εξαιτίας της παρουσίας των τυχαίων διακυμάνσεων που ωφείλονται στην ίδια την πειραματική διάταξη και στις τυχαίες επιδράσεις που αυτή δέχεται από το περιβάλλον, δηλαδή στο σύστημα παρατηρήσεων που χρησιμοποιείται. Πρέπει να τονισθεί ότι η καλή οργάνωση των παρατηρήσεων θα επιτρέψει την απαλλαγή της σειράς των μετρήσεων από συστηματικές επιδράσεις των διαφόρων παραμέτρων στο σύστημα παρατηρήσεων. Π.χ. το σύστημα παρατηρήσεων της αστρικής λαμπρότητας απαρτίζεται από το τηλεσκόπιο, το φωτόμετρο το καταγραφικό σύστημα και βεβαίως το άμεσο περιβάλλον και τη γήινη ατμόσφαιρα την οποία διαπερνά η φωτεινή ακτίνα για να φθάσει στο φωτοκύταρο. Για να είναι λοιπόν η σειρά μετρήσεων απαλλαγμένη από συστηματικές επιδράσεις θα πρέπει οι ατμοσφαιρικές συνθήκες υπό τις οποίες λειτουργεί το σύστημα τηλεσκόπιο -φωτόμετρο να είναι σταθερές ή οι επιδράσεις τους ελεγκζιμες ώστε να είναι δυνατόν να αναχθούν όλες οι μετρήσεις στις ίδιες συνθήκες. Αφού λοιπόν η σειρά των μετρήσεων έχει απαλλαγεί από τις συστηματικές επιδράσεις παραμένουν μόνο οι τυχαίες διακυμάνσεις και οι τυχόν μεταβολές που υφίσταται το υπο μέτρηση φυσικό μέγεθος.

Το κατώτερο όριο ενός ακριβούς προσδιορισμού της τιμής της φυσικού μεγέθους προσδιορίζεται από την τυπική απόκλιση ενός δείγματος της χρονικής σειράς, το οποίο κατά την κρίση του παρατηρητή είναι απαλλαγμένο από τυχόν ίδιες συστηματικές μεταβολές του φυσικού μεγέθους και ανακλά τον θόρυβο του συστήματος παρατήρησης. Η υποκειμενική αυτή κρίση του παρατηρητή ενέχει τον σοβαρό κίνδυνο να εκτιμήσει ότι το επιλεγμένο δείγμα είναι απαλλαγμένο από μεταβολές του φυσικού αυτού μεγέθους ενώ στην πραγματικότητα να ενυπάρχουν ασθενείς μεταβολές. Στην περίπτωση αυτή αφενός μεν διαφεύγει η ανίχνευση αυτών των μεταβολών αφετέρου δε υπερεκτιμάται η τυπική απόκλιση, δηλαδή υποτιμάται η διακριτική ικανότητα του συστήματος παρατηρήσεων.

Στο ερευνητικό αυτό σημείωμα θα δείξουμε ότι οι Fractal ιδιότητες του θορύβου του συστήματος παρατηρήσεων παρέχουν στον ερευνητή αποφασιστικά στοιχεία για να διαχωρήσει τον πραγματικό θόρυβο από τις τυχόν ίδιες ασθενείς διακυμάνσεις του υπό μέτρηση φυσικού μεγέθους αυξάνοντας δραστικά την διακριτική ικανότητα του συστήματος.

2. Ανάλυση μιας χρονικής σειράς

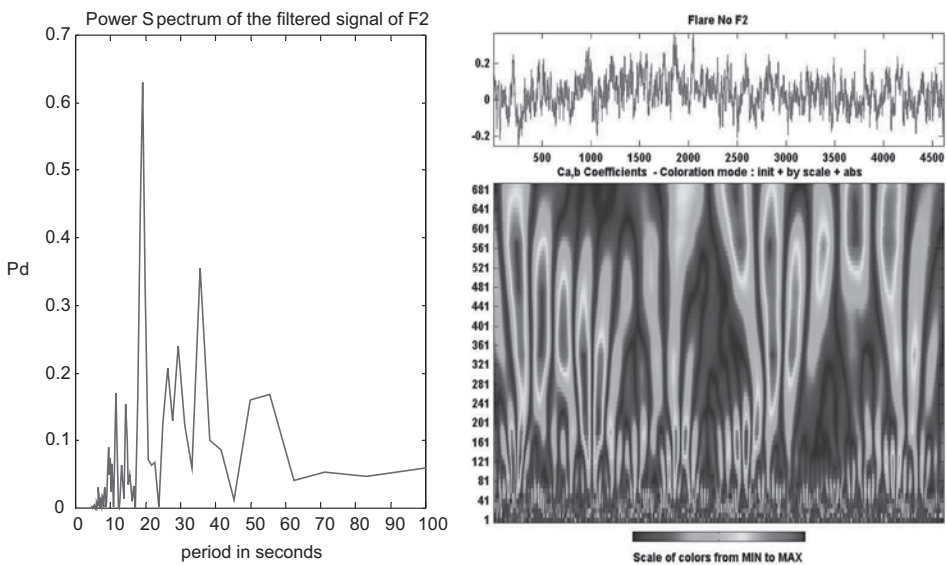
Η ανάλυση μιας χρονικής σειράς μετρήσεων ενός φυσικού μεγέθους για τον εντοπισμό τυχόν συστηματικών, απότομων ή περιοδικών μεταβολών μπορεί να γίνει κατά τα γνωστά με δύο μεθόδους:

- α) με την ανάλυση των Διακριτών Μετασχηματισμών Fourier (Discrete Fourier Transform) (στο εξής DFT-ανάλυση) ή/και
- β) με την ανάλυση Κυματιδίων (Wavelet) (στο εξής WT-ανάλυση).

Και οι δύο μέθοδοι έχουν τα προτερήματά τους και τα μειονεκτήματά τους. Το μεγάλο πλεονέκτημα της DFT-ανάλυσης είναι ο ακριβής προσδιορισμός της συχνότητας μιας μεταβολής του μεγέθους και το ότι η μέθοδος αυτή σου παρέχει και την δυνατότητα εκτίμησης του επιπέδου εμπιστοσύνης με την οποία γίνεται ο προσδιορισμός. Σημαντικό ρόλο, τόσο στην εκτίμηση της ακρίβειας ταυτοποίησης μιας συχνότητας όσο και για τον προσδιορισμό του επιπέδου εμπιστοσύνης για την απόδοση αυτής της μεταβολής σε πραγματική μεταβολή και όχι σε τυχαία σύμπτωση, παίζει ο θόρυβος του συστήματος (Contadakis et al. 2004, Newland 1984) που εκφράζεται από την τυπική απόκλιση του ανεπειρέαστου δείγματος. Το μειονέκτημα της μεθόδου αυτής έγκειται στην ασάφεια του χρονικού προσδιορισμού της μεταβολής αυτής, δεδομένου ότι το φάσμα ισχύος παράγεται από ένα δείγμα πεπερασμένης χρονικής έκτασης. Όσο μικρότερος είναι ο λόγος Σήμα/Θόρυβο (signal to noise ratio) τόσο μεγαλύτερης έκτασης δείγμα απαιτείται για ένα ακριβή προσδιορισμό της συχνότητας άρα τόσο μεγαλύτερη είναι η ασάφεια χρονικού προσδιορισμού της μεταβολής.

Τέλος, μικρής διάρκειας ασθενείς περιοδικές μεταβολές δεν εισφέρουν σημαντικά στην ενέργεια της πυκνότητας φάσματος και δεν αποδίδουν αξιόπιστη ταυτοποίηση.

Τα μεγάλα πλεονεκτήματα της WT-ανάλυσης είναι η πολύ καλή χρονική ταυτοποίηση των μεταβολών του μεγέθους και η ταυτόχρονη εποπτική παρουσίαση των στους χώρους χρόνου και συχνότητας/περιόδου. Τα μειονεκτήματα αυτής της μεθόδου είναι η φτωχή ανάλυση συχνοτήτων και το γεγονός ότι δεν παρέχει στατιστικά στοιχεία για την εκτίμηση της αξιοπιστίας της ταυτοποίησης των συχνοτήτων πραγματικών μεταβολών της αναλυόμενης χρονοσειράς. Επιπλέον πρέπει ο αναλυτής να επιλέξει το κατάλληλο Κυματίδιο γιατί το αποτέλεσμα της ανάλυσης εξαρτάται από αυτή την επιλογή. Ταυτόχρονη χρήση των δύο μεθόδων δίνει μια ακριβή ανάλυση της χρονοσειράς στους χώρους χρόνου και συχνότητας/περιόδου με την αξιοπιστία βέβαια που προσδιορίζεται από την τυπική απόκλιση του ανεπειρέαστου δείγματος της χρονικής σειράς των μετρήσεων. Στην Εικόνα 1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης μιας ασθενούς εκλάμψεως του αστέρος YZ CMi (Contadakis et al. 2007) που έγινε και με τις δύο αυτές μεθόδους. Η μεταβολή της λαμπρότητας του αστέρα δίνεται από το άνω δεξιά σχήμα.



Εικόνα 1. Αποτελέσματα της ανάλυσης της λαμπρότητας μιάς έκλαμψης του YZ CMi (άνω δεξιά) με την μέθοδο DFT (αριστερά) και με την μέθοδο Wavelet (κάτω δεξιά)

Τα αποτελέσματα της WT-ανάλυσης δίδονται στην κάτω δεξιά εικόνα και τα αποτελέσματα της DFT-ανάλυσης δίδονται από το αριστερό διάγραμμα. Η τεταγμένη στο διάγραμμα της λαμπρότητας και στην εικόνα των συντελεστών συσχέτισης καθώς και η τεταγμένη στο διάγραμμα των συντελεστών συσχέτισης δίδεται σε πολλαπλάσια των 0.108 δευτερολέπτων, που είναι το βήμα δειγματοληψίας της διάταξης παρατηρήσεων. Από την σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο μεθόδων προκύπτει ο ακριβέστατος προσδιορισμός των συχνοτήτων/περιοδών των συνιστωσών που σύμφωνα με την DFT-ανάλυση έχει επίπεδο εμπιστοσύνης πολύ υψηλό ($\alpha < 0.0001$) λόγω του μεγάλου αριθμού των μετρήσεων της σειράς (Newland 1984, Contadakis et al. 2004, Contadakis et al. 2006 και στην αναφερομένη εκεί βιβλιογραφία), και ο ακριβέστατος χρονικός προσδιορισμός της αντίστοιχης συνιστώσας που αποδίδεται από την WT-ανάλυση. Όμως το επίπεδο εμπιστοσύνης της ταυτοποίησης των συνιστωσών αυτών με πραγματικές μεταβολές της λαμπρότητας του αστέρος (ότι δεν είναι δηλαδή οι μεταβολές αυτές τυχαίες συγκλίσεις του θορύβου) είναι σχεδόν μηδενικό ($\alpha > 0.7$) (Contadakis et al. 2004, Contadakis et al. 2006 και στην αναφερομένη εκεί βιβλιογραφία). Π.χ. στο παρατιθέμενο παράδειγμα η ισχυρότερη συνιστώσα που έχει περίοδο 20 δευτερολέπτων είναι 0.15 πολύ μικρότερη από την τιμή 4.5 για την οποία το επίπεδο εμπιστοσύνης ταυτοποίησης είναι 50% ($\alpha = 0.50$). Αυτό συμβαίνει γιατί όπως είπαμε παραπάνω οι αμυδρές και πρόσκαιρες μεταβολές δεν εισφέρουν αρκετή ισχύ

στο φάσμα ισχύος συχνοτήτων ώστε να αποκτήσουν μια αδιαμφισβήτητη παρουσία.

Την απάντηση στην αξιοπιστία της ταυτοποίησης μπορεί να πάρει ο παρατηρητής από μια πρόσθετη γνώση που πρέπει να έχει, αν αυτό είναι δυνατόν, για τα στατιστικά χαρακτηριστικά του θορύβου της πειραματικής διάταξης παρατηρήσεων.

3. Στατιστικά χαρακτηριστικά του θορύβου μιας πειραματικής διάταξης παρατηρήσεων

Στις περιπτώσεις που ο θόρυβος μίας πειραματικής διάταξης παρατηρήσεων υπολογίζεται από τις ίδιες τις παρατηρήσεις, ο παρατηρητής επιλέγει ένα ανεπηρέαστο τμήμα της σειράς των παρατηρήσεων από το οποίο υπολογίζει τα στατιστικά χαρακτηριστικά του ανεπηρέαστου δείγματος λ.χ. τυπική απόκλιση κ.λπ. Στην διαδικασία αυτή ο παρατηρητής υποθέτει ότι η σειρά των μετρήσεων του δείγματος είναι εργοδική και δεν παρουσιάζει επιμονή (persistency), η κάθε μέτρηση δηλαδή είναι ανεξάρτητη από τις γειτονικές τις και είναι εντελώς τυχαία, προσομοιάζουν δηλαδή τον θόρυβο της πειραματικής διάταξης με τον Λευκό Θόρυβο. Αυτή όμως ο προσομοίωση δεν ισχύει ή τουλάχιστον δεν ισχύει σε όλες τις περιπτώσεις. Με ποιο μοντέλο τυπικής χρονικής σειράς προσομοιάζει ο θόρυβος της πειραματικής διάταξης παρατηρήσεων εξαρτάται από την μνήμη της πειραματικής διάταξης ως προς το διάστημα δειγματοληψίας της.

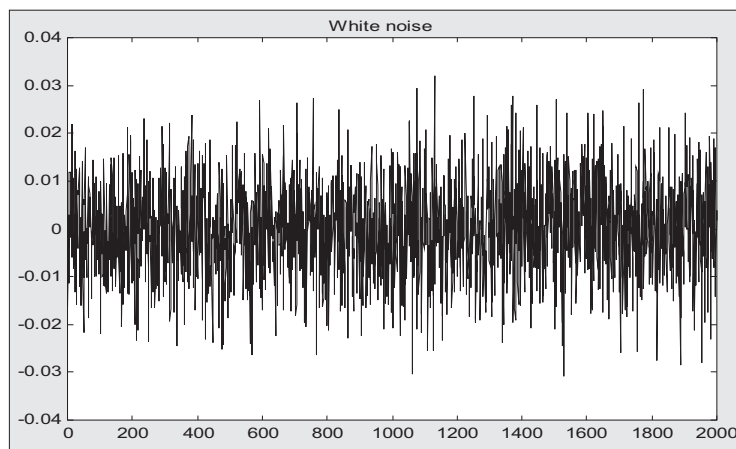
Συγκεκριμένα:

α) Αν η πειραματική διάταξη έχει ασθενή μνήμη στο διάστημα δειγματοληψίας της οι διάφοροι τυχαίοι παράγοντες που προκαλούν την απόκλιση της μετρήσεως θα προκαλούν συνολικό αποτέλεσμα που θα είναι ανεξάρτητο στις διαδοχικές μετρήσεις, έτσι ο θόρυβος σε αυτή την περίπτωση μπορεί να θεωρηθεί λευκός θόρυβος (White Noise). Ο λευκός θόρυβος είναι εργοδική μη επίμονη σειρά και συνεπώς το φάσμα του δεν έχει ιδιαίτερα χαρακτηριστικά το λογαριθμικό διάγραμμα του φάσματος ισχύος του θα έχει κλίση μηδέν. Π.χ. Λευκός θόρυβος μπορεί να παραχθεί από μία τυχαία επιλογή αριθμών από μία κανονική κατανομή αριθμών, Έστω ότι επιλέγομε 2000 αριθμούς από μία κανονική κατανομή $N(0,0.1)$. Η Εικόνα 2 απεικονίζει ένα λευκό θόρυβο με τα στατιστικά στοιχεία της κατανομής αυτής και η Εικόνα 3 απεικονίζει το λογαριθμικό φάσμα ισχύος του λευκού αυτού θορύβου.

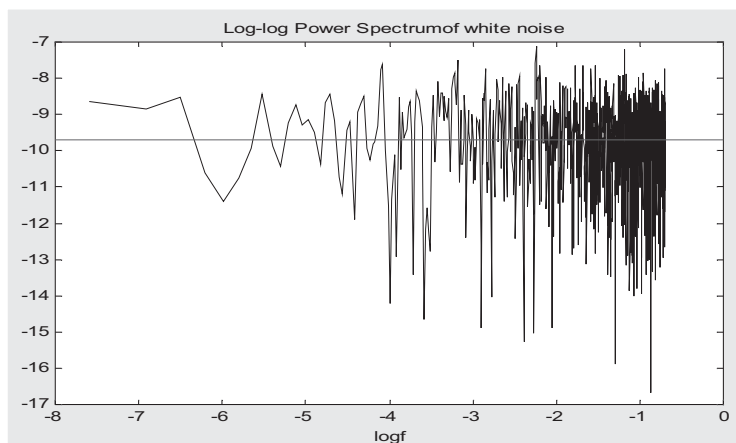
Αντιστρόφως: Αν το λογαριθμικό διάγραμμα του φάσματος ισχύος του θορύβου μίας πειραματικής διάταξης παρατηρήσεων είναι επίπεδο τότε η πειραματική διάταξη έχει ασθενή μνήμη και ο θόρυβος έχει τα στατιστικά χαρακτηριστικά του λευκού θορύβου. Τυχόν εξάρσεις από το επίπεδο φάσμα υποδεικνύουν την ύπαρ-

ξη ίδιων μεταβολών, οι οποίες τελικά βρίσκονται με το φιλτράρισμα της σειράς για την συχνότητα που υποδεικνύει το φάσμα.

- β) Αν η πειραματική διάταξη έχει ισχυρή μνήμη σε σχέση με το χρονικό διάστημα της δειγματοληψίας τότε οι διάφοροι τυχαίοι παράγοντες που προκαλούν την τυχαία απόκλιση του μετρούμενου μεγέθους επενεργούν προσθετικά στις γειτονικές τιμές της σειράς και η τελική σειρά του δείγματος θα παρουσιάζει επιμονή, με απλά λόγια οι διαδοχικές τιμές του δείγματος θα συσχετίζονται μερικώς ο δε θόρυβος της πειραματικής διάταξης προσομοιάζει με τον Βηματισμό Μπράουν (Brownian Walk).



Εικόνα 2. Λευκός θόρυβος. $N(0,01)$



Εικόνα 3. Λογαριθμικό φάσμα ισχύος του παραπάνω λευκού θορύβου

Τυπικά μία σειρά Βηματισμού Μπράουν παράγεται από την σειρά του λευκού θορύβου εάν για την δημιουργία του κάθε στοιχείου του προσθέσουμε στο αντίστοιχο στοιχείο του λευκού θορύβου n επόμενα στοιχεία. Αν δηλαδή ε_j ($i=1, 2, \dots, m$) είναι τα στοιχεία του λευκού θορύβου και η μεταβλητότητά του είναι σ^2 τότε τα αντίστοιχα στοιχεία του Βηματισμού Μπράουν θα είναι:

$$y_j = \sum_j^n \varepsilon_{(j+i)}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

και η μεταβλητότητά του θα είναι:

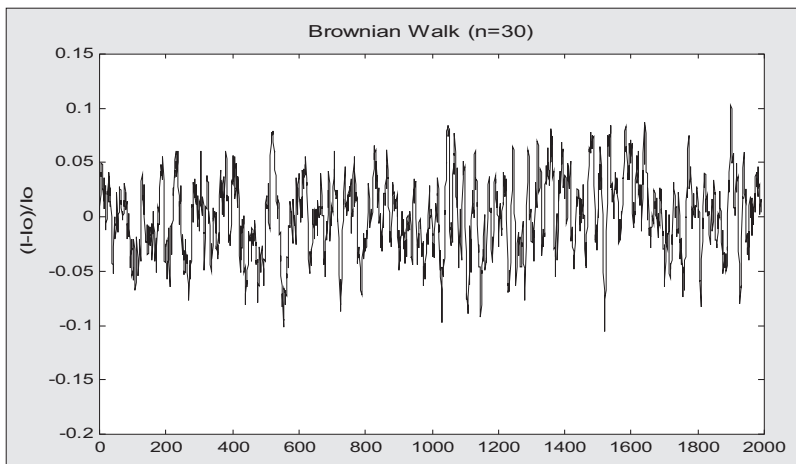
$$\sigma_{BW^2} = n\sigma^2$$

Ο Βηματισμός Μπράουν είναι Συγγενές Fractal (Affine Fractal) και το λογαριθμικό διάγραμμα του φάσματος ισχύος έχει κλίση $\beta = -2$ (Turcotte, 1997).

Αν η ισχυρή μνήμη της πειραματικής διάταξης καλύπτει ένα μέρος του δείγματος, είναι δηλαδή $n < m$, τότε η Fractal δομή αφορά το τμήμα των συχνοτήτων που αντι-στοιχούν στα αλληλοεπιδρώντα στοιχεία δηλαδή την περιοχή συχνοτήτων $f > \frac{1}{n}$. Η

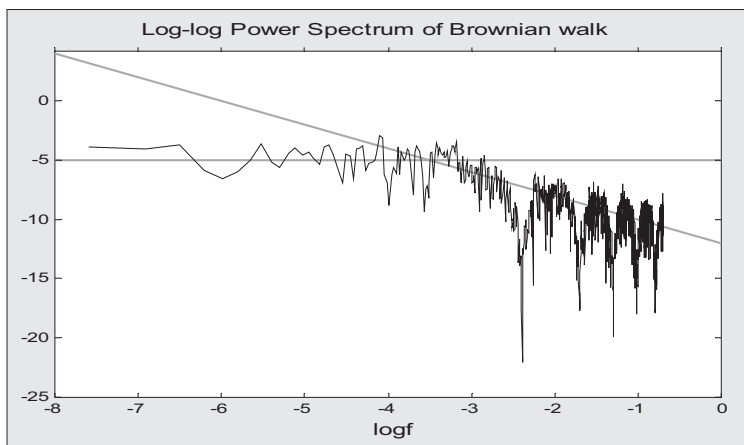
περιοχή των χαμηλότερων συχνοτήτων εξακολουθεί να έχει δομή λευκού θορύβου με το ίδια όμως μεταβλητότητα με εκείνη των υψηλών συχνοτήτων. Η Εικόνα 4 απεικονίζει τον Βηματισμό Μπράουν που προκύπτει από επιπρόσθεση 30 διαδοχικών τιμών του λευκού θορύβου όπως περιγράψαμε παραπάνω. Η μεταβλητότητά της είναι:

$$\sigma_{BW^2} = 30\sigma^2 = 0.003$$



Εικόνα 4. Βηματισμός Μπράουν. Μνήμη $n = 30$

Η Εικόνα 5 απεικονίζει το λογαριθμικό φάσμα ισχύος του παραπάνω Βηματισμού Μπράουν.



Εικόνα 5. Λογαριθμικό διάγραμμα του φάσματος ισχύος του Βηματισμού Μπράουν.

Όπως φαίνεται από αυτό το διάγραμμα φαίνεται, η περιοχή των συχνοτήτων

$$f > \frac{1}{30} = 0.0334 \quad (\log(0.0334) = -3.4), \quad \text{έχει Fractal δομή και η κλίση } \beta = -2.$$

Η περιοχή των χαμηλών συχνοτήτων

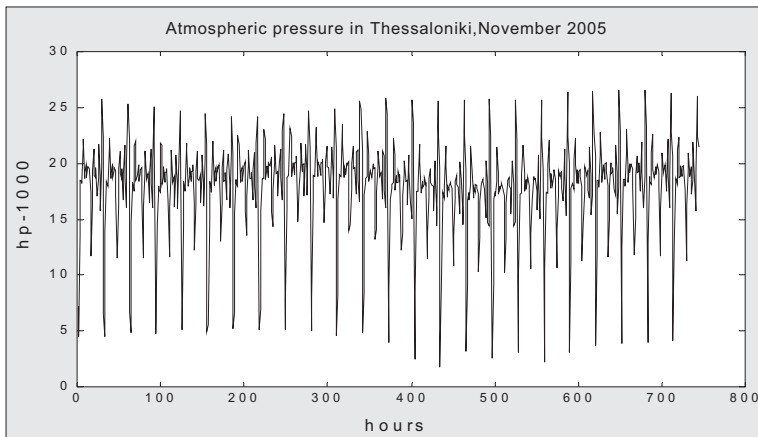
$$f < \frac{1}{30} = 0.0334, \quad \text{έχει δομή λευκού θορύβου και } \beta = 0.$$

Αντιστρόφως: Αν ο θόρυβος μιας πειραματικής διάταξης έχει την παραπάνω δομή τότε προσομοιάζει με Βηματισμό Μπράουν κατά το τμήμα των συχνοτήτων που έχει κλίση $\beta = -2$ και Λευκό Θόρυβο κατά το τμήμα των συχνοτήτων με κλίση $\beta = 0$. Τυχόν παρεκκλίσεις από αυτό το σχήμα ή απότομες εξάρσεις υποδηλώνουν την ύπαρξη μη τυχαίων μεταβολών. Οι συχνότητες αυτές απομονώνονται με κατάλληλο φίλτράρισμα.

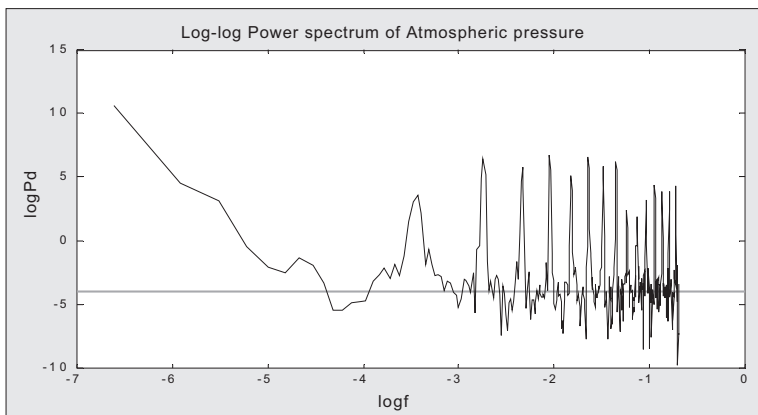
4. Παραδείγματα εφαρμογής

α) Οι ωριαίες τιμές της ατμοσφαιρικής πίεσης λαμβάνονται ανά ώρα με απλή ανάγνωση της τιμής που δείχνει ο βαρογράφος ή το υδραργυρικό βαρόμετρο την στιγμή της παρατήρησης. Το σύστημα της παρατήρησης αυτής έχει ασθενή μνήμη

γιατί οι τυχαίοι παράγοντες που προκαλούν αποκλίσεις κατά την μέτρηση γειτονικών στιγμών είναι ασυσχέτιστοι συνεπώς σύμφωνα με αυτά που είπαμε προσομοιάζει με λευκό θόρυβο. Πράγματι, η Εικόνα 6 απεικονίζει την μεταβολή των ωριαίων τιμών της ατμοσφαιρικής πίεσης στην Θεσσαλονίκη για ένα μήνα, ευγενώς διατεθείσες από τον Μετεωρολογικό σταθμό του Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης (Μπλούτσος, 2006).



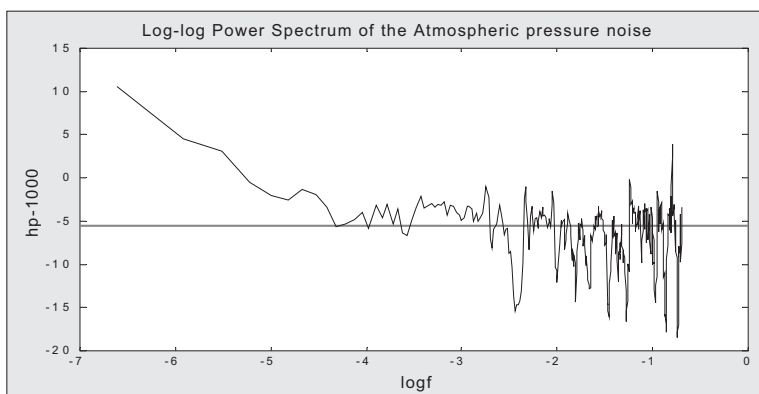
Εικόνα 6. Ωριαία μεταβολή της Ατμοσφαιρικής πίεσης.



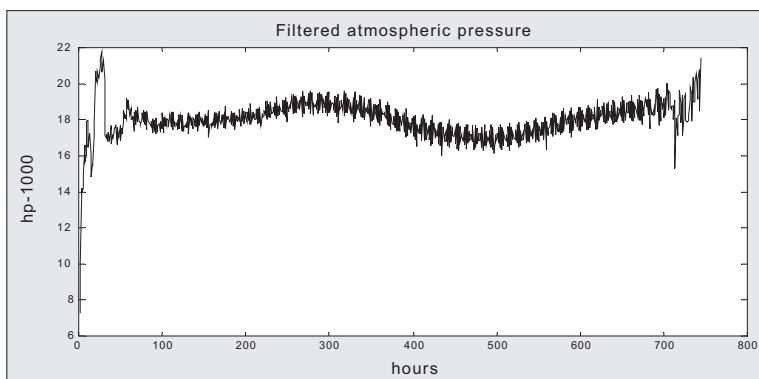
Εικόνα 7. Λογαριθμικό διάγραμμα του φάσματος ισχύος της ατμοσφαιρικής πίεσης

Η Εικόνα 7 απεικονίζει το λογαριθμικό διάγραμμα του φάσματος ισχύος, από το οποίο φαίνεται ότι ο θόρυβος του συστήματος παρατήρησης είναι λευκός θόρυβος επί του οποίου επικάθονται οι γνωστές έντονες περιοδικές μεταβολές της ατμοσφαιρικής

πίεσης. Αν απαλλάξουμε την σειρά αυτή από τις συχνότητες αυτές θα έχουμε το τελικό λογαριθμικό φάσμα ισχύος του θορύβου της διάταξης παρατήρησης της ατμοσφαιρικής πίεσης που δίδεται στην Εικόνα 8. Στην Εικόνα 9 απεικονίζεται ο θόρυβος αυτός. Όπως φαίνεται ο θόρυβος δεν έχει απαλλαγεί από τις μεταβολές με συχνότητα $f=0.0082$ (περίοδος 120 ωρών) και συχνότητα $f=0.0033$ (περίοδος 300 ωρών) σε συμφωνία και με το λογαριθμικό διάγραμμα του φάσματος ισχύος όπου οι αιχμές των δύο αυτών συχνοτήτων στις θέσεις $\log(0.0082)=-4.8$ και $\log(0.0033)=-5.7$ είναι εμφανώς πάνω από την γραμμή μηδενικής κλίσης.



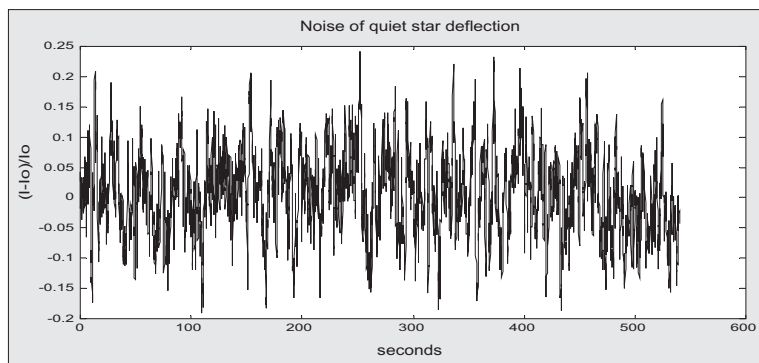
Εικόνα 8. Λογαριθμικό διάγραμμα του φάσματος ισχύος του θορύβου



Εικόνα 9. Θόρυβος μετά την αφαίρεση των συχνοτήτων έντονης διακύμανσης

β) Το σύστημα τηλεσκόπιο-φωτόμετρο- ψηφιακός καταγραφέας του Αστεροσκοπείου Στεφανίου για την παρατήρηση της αστρικής λαμπρότητας έχει βήμα δειγματοληψίας 0.108 δευτερόλεπτα. Στο ελάχιστο χρονικό διάστημα που καταγράφονται

αρκετές μετρήσεις οι τυχαίοι παράγοντες που προκαλούν αποκλίσεις στην τιμή της καταγραφόμενης λαμπρότητας του αστέρος επιδρούν προσθετικά στις μετρήσεις αυτές σε μικρό ή μεγαλύτερο βαθμό. Οι διαδοχικές λοιπόν μετρήσεις θα συσχετίζονται μερικώς. Το σύστημα λοιπόν παρατήρησης έχει ισχυρή μνήμη και επομένως μία σειρά παρατηρήσεων θα παρουσιάζει επιμονή ο δε θόρυβος του συστήματος θα προσομοιάζει με τον Βηματισμό Μπράουν. Η Εικόνα 10 απεικονίζει την λαμπρότητα του αστέρα YZ Cmi σε μία περίοδο ηρεμίας (Contadakis et al. 2007).



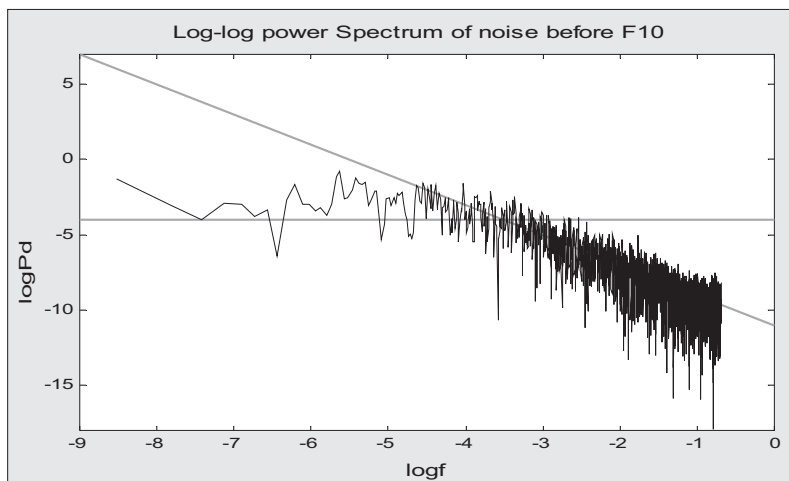
Εικόνα 10. Θόρυβος της σειράς μετρήσεων του αστέρα YZ Cmi

Ο παρατηρητής επέλεξε αυτό το τμήμα των μετρήσεων για να εξάγει την λαμπρότητα του αστέρα σε ήρεμη κατάσταση και την τυπική απόκλιση της φωτομετρίας κρίνοντας μακροσκοπικά ότι ο αστέρας παρουσιάζει σταθερή λαμπρότητα κατά το χρονικό διάστημα που διαρκεί αυτή η σειρά μετρήσεων. Η τυπική απόκλιση της φωτομετρίας που υπολογίζεται από αυτή την σειρά μετρήσεων είναι:

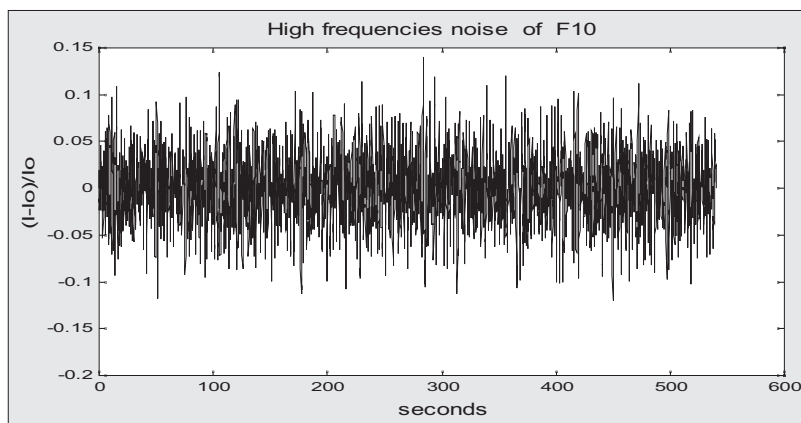
$$\sigma = 0.0692.$$

Όμως αναλύοντας το τμήμα αυτό διαπιστώνουμε ότι ο θόρυβος του συστήματος προσομοιάζει με τον Βηματισμό Μπράουν από τον οποίο παρουσιάζονται αποκλίσεις οι οποίες υποδεικνύουν την ύπαρξη μη τυχαίων μεταβολών στην λαμπρότητα. Πράγματι, από την Εικόνα 11, η οποία απεικονίζει το λογαριθμικό διάγραμμα του φάσματος ισχύος της σειράς αυτής διαπιστώνουμε ότι το τμήμα των συχνοτήτων που είναι μεγαλύτερες της συχνότητας $f=0.04$ (περίοδος 25 seconds), έχει τέλεια κατανομή Fractal του Βηματισμού Μπράουν με $\beta=-2$, συνεπώς αυτές οι μεταβολές θα είναι τυχαίες άρα θα συνιστούν τον θόρυβο του συστήματος παρατηρήσεων. Η Εικόνα 12 απεικονίζει αυτόν τον θόρυβο η τυπική απόκλιση του οποίου είναι :

$$\sigma_{bw} = 0.037$$



Εικόνα 11. Λογαριθμικό διάγραμμα του φάσματος ισχύος του θορύβου



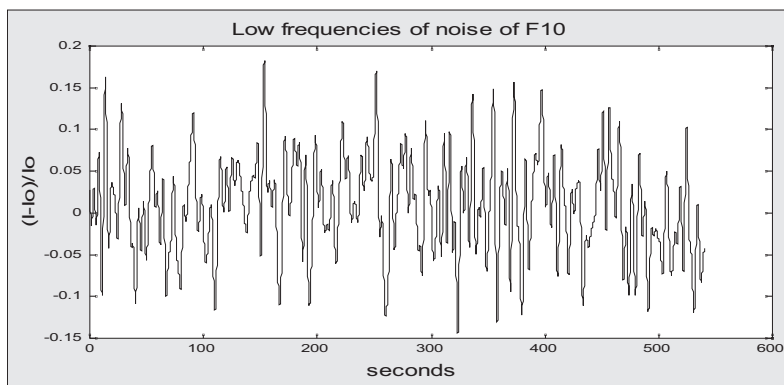
Εικόνα 12. Ο θόρυβος του συστήματος παρατηρήσεων

Αντιθέτως το τμήμα των μεταβολών με συχνότητες χαμηλότερες της συχνότητας $f=0.04$ δεν παρουσιάζουν χαρακτηριστικά τυχαιότητας διότι αφενός το διάγραμμα παρουσιάζει κλίση $0 > \beta > -2$ και αφετέρου η τυπική του απόκλιση είναι αρκετά μεγαλύτερη εκείνης του θορύβου της διάταξης παρατηρήσεων, είναι δηλαδή:

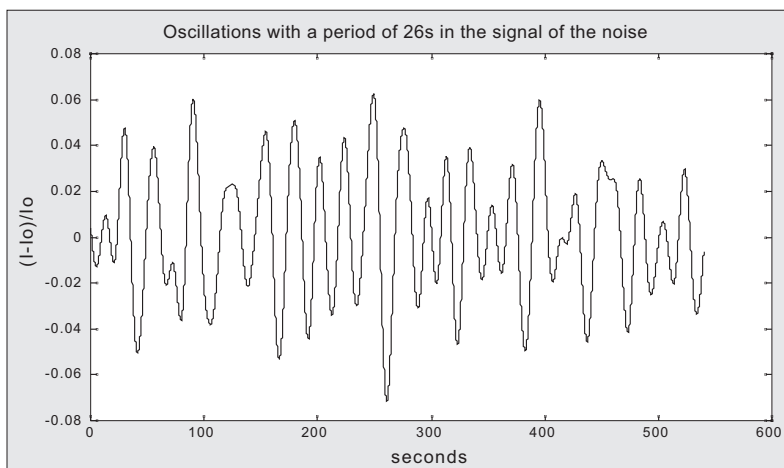
$$\sigma_{\gamma\sigma} = 0.057$$

Η Εικόνα 13 απεικονίζει τις μεταβολές αυτές οι οποίες δεν είναι τυχαίες αλλά οφείλονται στις μεταβολές της λαμπρότητας του αστέρα οι οποίες αποτελούνται από

μια σύνθεση παροδικών μεταβολών μεταβαλλόμενου πλάτους της λαμπρότητας με διάφορες συχνότητες χαμηλότερες της $f=0.04$. Το πλάτος των είναι μεταβαλλόμενο και κυμαίνεται από $1\sigma_{bw}$ έως και μεγαλύτερο από $3\sigma_{bw}$. Τις μεταβολές αυτές μπορούμε να τις απομονώσουμε με κατάλληλο «φιλτράρισμα». Για παράδειγμα η Εικόνα 14 απεικονίζει τις παροδικές μεταβολές της λαμπρότητας του αστέρα με συχνότητα $f=0.0384$ (περίοδος 26 seconds).



Εικόνα 13. Πρόσκαιρες περιοδικές μεταβολές της λαμπρότητας του αστέρα YZ CMi



Εικόνα 14. Περιοδικές μεταβολές της λαμπρότητας του αστέρα με περίοδο 26s

5. Συμπεράσματα

Κάνοντας χρήση των Fractal ιδιοτήτων του θορύβου ενός συστήματος παρατήρησης είναι δυνατόν να προσδιορισθεί με ακρίβεια η πραγματική τυχαιότητα ενός δείγματος μετρήσεων (μίας χρονικής σειράς) να διαχωριστούν οι τυχαίες μεταβολές από τις πραγματικές του υπό μέτρηση μεγέθους και έτσι να αυξηθεί η διακριτική ικανότητα του συστήματος. Με αυτή την μέθοδο καθίσταται δυνατή η αξιόπιστη ταυτοποίηση παροδικών περιοδικών ασθενών μεταβολών του υπό μέτρηση μεγέθους που δεν είναι δυνατόν να γίνει με την χρήση μόνον των μεθόδων της ανάλυσης Κυματιδίων και της ανάλυσης Διακριτών Μετασχηματισμών Fourier.

Βιβλιογραφία

1. Contadakis, M.E., Avgoloupis, S., Seiradakis, J., Zhilyaev, B.E., Romanyuk, Ya. O., Verlyuk., I.A., Svyatogorov, O.A., Khalack, V.R., Sergeev, A.V., Konstantinova-Antova, R.K., Antov, A.P., Bachev, R.S., Alekseev, I.Y., Chalenko, V.E. and Shakhovskoy, D.N., 2004. *Detection of high-frequency optical oscillation during the flare phase of EV Lac in 1999*, Astron. Nachr, 325(5): 427-432.
2. Contadakis, M. E., Avgoloupis, S. J. and Seiradakis, J. H., 2006. Further Investigation of the High-Frequency Optical Oscillation during the Flare Phase of the Red Dwarf EV LAC In: N.Solomos (Editor) Recent Advances in Astronomy and Astrophysics, 7th International Conference of the Hellenic Astronomical Society, AIP, pp. 324-332.
3. Contadakis M.E., Avgoloupis S.I. and Seiradakis, J.H, 2007. Transient high frequency optical oscillations of the red dwarf YZ CMi, 8th Hellas Astronomical Conference, Samothraki 12-16 September 2007.
4. Μπλούτσος, Α., 2006. Ιδιωτική επικοινωνία.
5. Newland, D.E., 1984. Random Vibrations and Spectral Analysis, 2nd Edition, ed. Longman Scientific & Technical, U.K
6. Turcotte, D.L., 1997. Fractals and Chaos in Geology and Geophysics, 2nd edition, Cambridge University Press, U.K.