Συγκριτική Αξιολόγηση των Μεθόδων Βελτιστοποίησης των Αρδευτικών Δικτύων

Μ. Θεοχάρης

ΤΕΙ Ηπείρου, Τμήμα Φυτικής Παραγωγής, Εργαστήριο Αρδεύσεων και Στραγγίσεων, 47100, Άρτα, e-mail: theoxar@teiep.gr

Περίληψη

Οι κλασσικές μέθοδοι που αναπτύχθηκαν κατά καιρούς για ελαχιστοποίηση του κόστους των αρδευτικών δικτύων είναι περίπλοκες και οι αριθμητικές τους λύσεις απαιτούν πολλούς και κοπιαστικούς υπολογισμούς ιδιαίτερα στην περίπτωση δικτύων με πολλούς κλάδους. Για αυτό το λόγο διάφοροι ερευνητές έχουν αναπτύξει κατά καιρούς απλοποιημένες μεθόδους υπολογισμού με ικανοποιητικά αποτελέσματα και με λιγότερο απαιτούμενο υπολογιστικό χρόνο. Σε αυτό το άρθρο γίνεται παρουσίαση και συγκριτική αξιολόγηση των κλασσικών μεθόδων βελτιστοποίησης καθώς και δύο απλοποιημένων μεθόδων σε επιλεγμένα αρδευτικά δίκτυα. Από τη σύγκριση προέκυψε ότι τα αποτελέσματα τα οποία προκύπτουν από τις προτεινόμενες απλοποιημένες μεθόδους ταυτίζονται με τα αποτελέσματα των κλασσικών μεθόδων. Επομένως μπορεί να χρησιμοποιούνται οι μέθοδοι αυτές ισότιμα με τις κλασσικές μεθόδους.

Comparative Evaluation of the Irrigation Networks Optimization Methods

M. Theocharis

Technical Educational Institution of Epirus, Dep. of Crop Production, Laboratory of Irrigation and Drainage, 47100 Arta, Greece , e-mail: theoxar@teiep.gr

Abstract

The classical techniques, which have been proposed so long so as the minimal total cost of irrigation networks to be produced, are very complex and their numerical solutions call for a lot of calculations especially in cases of networks with many branches. For this reason various researchers have developed simplified calculation methods with satisfactory results and with less calculation time needed. In this paper a comparative evaluation of the classical optimization methods and two proposed simplified methods is presented. Application in various irrigation networks is also developed. From the study it is concluded that the results of the proposed simplified methods are fully identical with the results of the classical optimization methods. Consequently, these methods can be equally used for the classical methods.

1. Εισαγωγή

Η γνώση της υπολογιστικής διαδικασίας για την ελαχιστοποίηση του κόστους και τον προσδιορισμό του βέλτιστου συνδυασμού των διαμέτρων ενός αρδευτικού δικτύου, αποτελεί καθοριστικό παράγοντα στο σχεδιασμό των αρδευτικών έργων και στη διαχείριση των υδατικών πόρων μιας περιοχής. Οι κλασσικές τεχνικές που αναπτύχθηκαν κατά καιρούς για το σκοπό αυτό είναι ο γραμμικός προγραμματισμός, (Smith, 1966, Shamir, 1974, Alperovits, and Shamir, 1977, Βαμβακερίδου, 1990, Ιωαννίδης, 1992, Θεοχάρης, 2004, Θεοχάρης, κ.α., 2005), ο μη γραμμικός προγραμματισμός, (Νουτσόπουλος, 1969, Τζιμόπουλος, 1982, Θεοχάρης, 2004, Theocharis, et al., 2006), ο δυναμικός προγραμματισμός, (Βαμβακερίδου, 1990, Θεοχάρης, 2004, Theocharis, et al., 2005) και η μέθοδος του Labye (Labye, Y., 1971, Λειβαδίτης, 1972, Τζιμόπουλος, 1991, Θεοχάρης, 2004). Το κοινό χαρακτηριστικό όλων των παραπάνω μεθόδων είναι ότι εισάγεται μια αντικειμενική συνάρτηση, η οποία περιλαμβάνει το ολικό κόστος των αγωγών του δικτύου και πρέπει να βελτιστοποιηθεί μέσα στα πλαίσια που ορίζουν οι περιορισμοί δομής. Επειδή η διαδικασία εφαρμογής των μεθόδων βελτιστοποίησης απαιτεί πολλές και κοπιαστικές πράξεις ιδιαίτερα για περιπτώσεις δικτύων με πολλές διακλαδώσεις, είναι αναγκαία, σχεδόν αποκλειστικά, η χρήση Η/Υ. Για αυτόν τον λόγο, πολλοί ερευνητές ανέπτυξαν απλοποιημένες μεθόδους υπολογισμού με ικανοποιητικά αποτελέσματα και με πολύ λιγότερο υπολογιστικό χρόνο (Θεοχάρης, 2004, Theocharis, et al., 2005, 2006). Σε αυτό το άρθρο γίνεται συγκριτική παρουσίαση των κλασσικών μεθόδων βελτιστοποίησης καθώς και δύο απλοποιημένων μεθόδων από τις οποίες η πρώτη αναπτύχθηκε στο Α.Π.Θ. από τον Μ. Θεοχάρη το 2004 στα πλαίσια εκπόνησης της διδακτορικής του διατριβής (Θεοχάρης, 2004), και η δεύτερη παρουσιάστηκε στο 4ο Εθνικό Συνέδριο Γεωργικής Μηχανικής της ΕΓΜΕ στο Γ.Π.Α. το 2005 (Θεοχάρης, κ.α., 2005). Επίσης γίνεται συγκριτική αξιολόγηση των μεθόδων σε επιλεγμένα αρδευτικά δίκτυα (Θεοχάρης, 2004, Theocharis, et al., 2005, 2006, Χονδρογιάννης, 2005, Γιαννέλος, 2007).

2. Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης

Οι κλασσικές μέθοδοι βελτιστοποίησης διακρίνονται σε δύο κατηγορίες, τις ασυνεχείς και τις συνεχείς. Στις ασυνεχείς μεθόδους συγκαταλέγονται ο γραμμικός προγραμματισμός, ο δυναμικός προγραμματισμός και η μέθοδος του Labye. Σύμφωνα με τις μεθόδους αυτές η αναζήτηση της βέλτιστης λύσης επιτυγχάνεται με τη θεώρηση ότι οι διάμετροι των σωλήνων μπορούν να επιλεχτούν από ένα σύνολο τιμών που περιλαμβάνει τις τυποποιημένες διαμέτρους του εμπορίου. Στις συνεχείς μεθόδους ανήκει η γενική μέθοδος βελτιστοποίησης με μη γραμμικό προγραμματισμό και οι διάφορες απλοποιημένες μέθοδοι. Η γενική μέθοδος βελτιστοποίησης μορφώνεται σε μία αυστηρά μαθηματική βάση ελαχιστοποίησης του συνολικού κόστους του δικτύου κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις όσο αφορά τον υπολογισμό των γραμμικών υδραυλικών απωλειών και το κόστος των αγωγών. Η μαθηματική επεξεργασία του προβλήματος οδηγεί σε σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων με αγνώστους τα οικονομικά υδραυλικά φορτία των αγωγών του δικτύου.

2.1 Η ασυνεχής μέθοδος με γραμμικό προγραμματισμό

Ο κάθε αγωγός διαιρείται σε τόσα τμήματα όσες είναι οι τεχνικώς αποδεκτές τυποποιημένες διάμετροι και τα μήκη αυτών των τμημάτων είναι οι μεταβλητές απόφασης. Το ελάχιστο κόστος του δικτύου, προκύπτει από την ελαχιστοποιημένη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης όταν ισχύουν οι συγκεκριμένοι περιορισμοί μήκους, απωλειών φορτίου και μη αρνητικότητας.

Η αντικειμενική συνάρτηση εκφράζεται (Θεοχάρης, 2004) από τη σχέση $f(X) = CX$ όπου το C είναι το διάνυσμα του κόστους των σωλήνων σε €/m και X είναι το διάνυσμα των μηκών των τμημάτων των σωλήνων σε m. Τα διανύσματα C και X υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$C = \left(C_1 ... C_i ... C_n\right), \qquad C_i = \left(\delta_{i1} ... \delta_{ij} ... \delta_{ik}\right),$$

$$X = \left(X_1 ... X_i ... X_n\right)^T, \quad X_i = \left(x_{i1} ... x_{ij} ... x_{ik}\right)^T$$

για $i = 1, 2, ..., n$ και $j = 1, 2, ..., k$,

όπου $x_{11}, x_{12}, ..., x_{nk}$, είναι οι μεταβλητές απόφασης σε m (= τα τμήματα στα οποία διαιρείται ο αγωγός ij),

δ_{ij} είναι το κόστος του jστού τμήματος του ιστού σωλήνα σε €/m,

n είναι ο συνολικός αριθμός αγωγών του δικτύου και

k είναι ο συνολικός αριθμός αποδεκτών διαμέτρων για τον κάθε αγωγό.

Οι ***περιορισμοί μήκους*** πρέπει να πληρούν τη σχέση

$$L_i = \sum_{j=1}^{k} x_{ij}, \ i = 1....n$$

όπου L_i είναι το συνολικό μήκος του ιστού αγωγού.

Οι ***περιορισμοί απωλειών*** *φορτίου* εκφράζονται ως

$$\sum_{i=1}^{i} \Delta h_i \leq H_A - h_i \quad \text{για όλους του κόμβους i,}$$

όπου H_A είναι το πιεζομετρικό φορτίο κεφαλής του δικτύου,

h_i είναι το ελάχιστο απαιτούμενο πιεζομετρικό φορτίο του κόμβου i και

το άθροισμα των απωλειών φορτίου $\sum_{i=1}^{i} \Delta h_i$ νοείται κατά μήκος της κάθε διαδρομής κατανάλωσης i .

Οι ***περιορισμοί μη αρνητικότητας*** εκφράζονται με τη μορφή $x_{ij} \geq 0$.

Η ***βελτιστοποίηση*** της αντικειμενικής συνάρτησης, επιτυγχάνεται με τη μέθοδο Simplex και είναι αναγκαία η χρήση Η/Υ.

2.2 Η ασυνεχής μέθοδος με δυναμικό προγραμματισμό

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, το ελάχιστο κόστος του δικτύου προκύπτει από την ελαχιστοποιημένη τιμή της γενικής αναδρομικής αντικειμενικής συνάρτησης όταν για κάθε πλήρη διαδρομή του δικτύου ισχύουν οι περιορισμοί δομής και μη αρνητικότητας (Βαμβακερίδου, 1990, Θεοχάρης, 2004, Theocharis, et al., 2005).

Η ***αντικειμενική συνάρτηση*** εκφράζεται από τη σχέση

$$F_i^* = \min\left\{ C_{ik} + F_{(i+1)}^* \right\}$$

όπου F_i^* είναι το βέλτιστο κόστος του δικτύου κατάντη του κόμβου i, και

C_{ik} είναι το κόστος του κάθε αγωγού, i , για δεδομένη διάμετρο, k.

Μεταβλητές αποφάσεως, D_{ik}, είναι οι τιμές των αποδεκτών διαμέτρων του εμπορίου για κάθε αγωγό.

Οι **περιορισμοί δομής** *εκφράζονται* με τη μορφή

$$h_{N_j} + \sum_{k=i}^{N_j} \Delta h_k \geq h_i$$

όπου h_{N_j} είναι το απαιτούμενο ελάχιστο πιεζομετρικό φορτίο στο πέρας N_j,

h_i είναι το απαιτούμενο ελάχιστο πιεζομετρικό φορτίο στον κόμβο i,

και το άθροισμα $\sum_{k=i}^{N_j} \Delta h_k$ είναι το σύνολο των απωλειών από τον κόμβο i μέχρι το πέρας N_j της κάθε πλήρους διαδρομής του δικτύου κατάντη του κόμβου i.

Οι **περιορισμοί μη αρνητικότητας** εκφράζονται με τη μορφή: $\Delta h_i > 0$.

Για τον **υπολογισμό του ελάχιστου συνολικού κόστους του δικτύου** ορίζονται τα ελάχιστα αποδεκτά πιεζομετρικά φορτία, h_i, για όλους τους κόμβους του δικτύου και στη συνέχεια υπολογίζονται από την ελαχιστοποιημένη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης τα τεχνικώς αποδεκτά φορτία στους κόμβους του δικτύου. Ο εφαρμοζόμενος αλγόριθμος είναι το πλήρες μοντέλο δυναμικού προγραμματισμού με " προς τα πίσω" κίνηση (Backward Dynamic Programming, Full Discrete Dynamic Programming – BDP, FDDP).

Για την **αναζήτηση της βέλτιστης λύσης**, από το πιεζομετρικό φορτίο κεφαλής του δικτύου, H_A , αφαιρούνται οι συνολικές απώλειες για τη διάμετρο που αντιστοιχεί στην πλησιέστερη προς το H_A από τα κάτω αποδεκτή τιμή φορτίου και προκύπτει έτσι το επιβαλλόμενο φορτίο, H_1, στον πρώτο κατάντη κόμβο. Από τους πίνακες της BDP βρίσκονται τα μέγιστα φορτία κεφαλής για τους αγωγούς που έχουν αρχή τον πρώτο κόμβο του δικτύου και είναι μικρότερα ή ίσα από το H_1. Οι αντίστοιχες σε αυτά τα φορτία τιμές των διαμέτρων είναι οι βέλτιστες διάμετροι των αγωγών. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλους τους αγωγούς μέχρι τα πέρατα του δικτύου.

2.3 Η μέθοδος βελτιστοποίησης του Labye

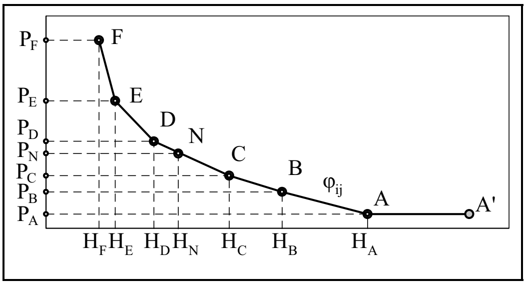
Η **μέθοδος του Labye** (Labye, Y., 1971, Λειβαδίτης, 1972, Βαμβακερίδου, 1990, Τζιμόπουλος, 1991, Θεοχάρης, 2004), αποτελεί στην ουσία απλοποιημένη μορφή δυναμικού προγραμματισμού. Συνίσταται στην χάραξη μιας τεθλασμένης γραμμής σε ένα διάγραμμα συντεταγμένων, η οποία δίνει την ελάχιστη δαπάνη ενός δικτύου, ως συνάρτηση της ολικής απώλειας φορτίου του δικτύου.

Δίκτυο με αγωγούς στη σειρά. Για κάθε αγωγό του δικτύου (Τζιμόπουλος, 1991, Θεοχάρης, 2004) επιλέγονται οι αποδεκτές διάμετροι του εμπορίου Dij και στη συνέχεια υπολογίζονται:

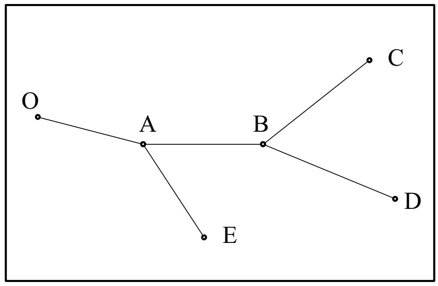
i. Οι απώλειες φορτίου, Jij , και το κόστος, cij , ανά μέτρο μήκους αγωγού

ii. Οι κλίσεις $\varphi_{ij} = \left|\dfrac{\Delta c_{ij}}{\Delta J_{ij}}\right|$ οι οποίες κατατάσσονται σε φθίνουσα σειρά μεγέθους.

Κατόπιν κατασκευάζεται το διάγραμμα $P-H$, (σχήμα 1) το οποίο είναι μία κυρτή τεθλασμένη γραμμή και ονομάζεται ***"χαρακτηριστική"*** του δικτύου. Από το διάγραμμα υπολογίζεται στη συνέχεια το συνολικό κόστος του δικτύου, P_N, το οποίο αντιστοιχεί στη διαθέσιμη συνολική απώλεια φορτίου, H_N. Εάν το σημείο N ευρίσκεται στο τμήμα της χαρακτηριστικής με κλίση φ_{ij}, αυτό σημαίνει ότι μόνο ο ιοστος αγωγός πρέπει να κατασκευαστεί με δύο διαφορετικές διαμέτρους. Κατά τη μετάβαση από το σημείο N προς το σημείο F, συναντώνται ευθύγραμμα τμήματα με προοδευτικά αυξανόμενες κλίσεις, που αντιστοιχούν στους διαφόρους αγωγούς του δικτύου.



Σχήμα 1. Δίκτυο με αγωγούς στη σειρά.



Σχήμα 2. Ακτινωτό δίκτυο

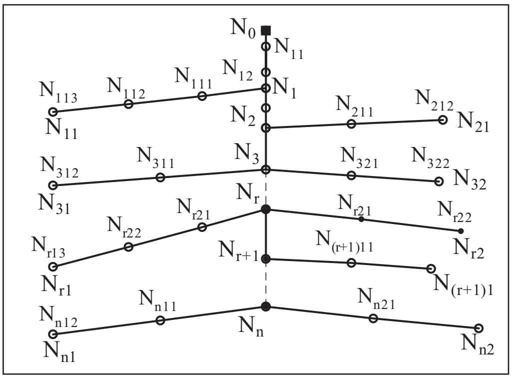
Κάθε ένας από αυτούς τους αγωγούς κατασκευάζεται με τη μικρότερη από τις δύο διαμέτρους τις οποίες πλαισιώνει το ευθύγραμμο τμήμα της μικρότερης κλίσης, δηλαδή το πρώτο που συναντάται προς τα αριστερά του N. Ομοίως καθένας από τους αγωγούς, των οποίων τα στοιχεία βρίσκονται προς τα δεξιά του N, κατασκευάζεται με διάμετρο την μεγαλύτερη από τις διαμέτρους τις οποίες πλαισιώνει το ευθύγραμμο τμήμα της μεγαλύτερης κλίσης, δηλαδή το πρώτο που συναντάται προς τα δεξιά του N.

Δίκτυο με δύο αγωγούς σε διακλάδωση. Κατασκευάζονται οι χαρακτηριστικές των δύο κλάδων του δικτύου και στη συνέχεια η αθροιστική χαρακτηριστική η οποία προκύπτει από την άθροιση των τεταγμένων (των P) των δύο χαρακτηριστικών.

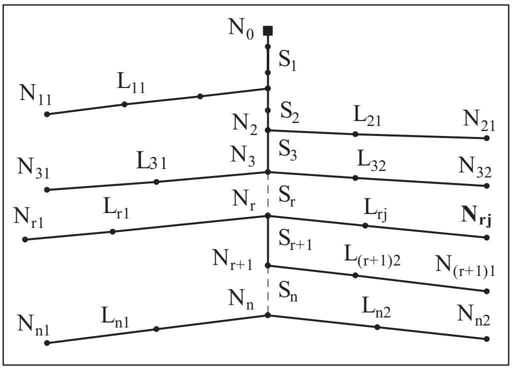
Ακτινωτά δίκτυα. Κατασκευάζονται οι χαρακτηριστικές των κλάδων BC, BD , AB, AE και OA (αγωγοί στη σειρά). Από τις χαρακτηριστικές των κλάδων BC και BD κατασκευάζεται η χαρακτηριστική του σύνθετου κλάδου BCD (δύο αγωγοί σε διακλάδωση). Από τις BCD και AB κατασκευάζεται η BCD−AB και η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι την κεφαλή, O, του δικτύου. Τελικά υπολογίζεται το συνολικό κόστος του δικτύου, P_N, που αντιστοιχεί στη διαθέσιμη συνολική απώλεια φορτίου, H_N, και έπειτα επιλέγονται οι οικονομικές διάμετροι των αγωγών.

2.4. Η συνεχής μέθοδος με μη γραμμικό προγραμματισμό

Για την επεξεργασία του προβλήματος μορφώνεται το ιδεατό δίκτυο το οποίο αποτελείται μόνο από κλάδους και προκύπτει από το πραγματικό δίκτυο αφού παραληφθούν οι απλοί κόμβοι και διατηρηθούν μόνο οι κόμβοι διακλαδώσεων όπως φαίνεται στα σχήματα 3 και 4 (Theocharis, et al., 2006). Κάθε κόμβος διακλάδωσης συμβολίζεται με N_i όπου i =1, 2,…, r,…, n και n είναι ο συνολικός αριθμός των κόμβων διακλάδωσης του δικτύου. Κάθε πέρας συμβολίζεται με N_{rj} όπου r =1, 2,…, n είναι ο κόμβος διακλάδωσης από τον οποίο τροφοδοτείται ο κλάδος και j =1, 2,…, k είναι ο αριθμός των τροφοδοτούμενων κλάδων που ξεκινούν από τον κόμβο διακλά-δωσης, r. Κάθε τροφοδοτών κλάδος συμβολίζεται με S_i και κάθε τροφοδοτούμενος κλάδος συμβολίζεται με L_{rj}. Κάθε αγωγός του κλάδου S_i συμβολίζεται με s_{it} και κάθε αγωγός του κλάδου L_{rj} συμβολίζεται με ℓ_{rjq} όπου $t = 1, 2, \ldots, \nu$ και $q = 1, 2, \ldots, \tau$ είναι αντίστοιχα ο συνολικός αριθμός των αγωγών των κλάδων S_i και L_{rj}.



Σχήμα 3. Πραγματικό ακτινωτό δίκτυο



Σχήμα 4. Ιδεατό ακτινωτό δίκτυο

2.5. Η γενική συνεχής μέθοδος βελτιστοποίησης

Το ελάχιστο κόστος του δικτύου, προκύπτει από την ελαχιστοποιημένη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης όταν ισχύουν οι συγκεκριμένοι περιορισμοί μήκους, απωλειών φορτίου και μη αρνητικότητας.

Η ***αντικειμενική συνάρτηση*** εκφράζεται από τη σχέση (Theocharis, et al., 2006):

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\Phi_{S_i}^{\omega}}{\Delta H_{S_i}^{\omega-1}} \right] + \sum_{r=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} \left[\frac{\Phi_{L_{rj}}^{\omega}}{\Delta H_{L_{rj}}^{\omega-1}} \right]$$

Οι ***περιορισμοί δομής*** του προβλήματος εκφράζονται για όλα τα r και j με τη σχέση

$$\sum_{i=1}^{r} \Delta H_{S_i} + \Delta H_{L_{rj}} = h_{N_0} - h_{N_{rj}},$$

όπου ΔH_{S_i} και $\Delta H_{L_{rj}}$ είναι οι απώλειες στους κλάδους S_i και L_{rj}, h_{N_0} και $h_{N_{rj}}$ είναι αντιστοίχως το φορτίο στην κεφαλή στο πέρας rj του δικτύου.

Οι ***περιορισμοί μη αρνητικότητας*** εκφράζονται με τη σχέση

$\Delta H_{S_i} > 0$ και $\Delta H_{L_{rj}} > 0$.

Η ***βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης***, η οποία επιτυγχάνεται με τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών του Lagrange (Νουτσόπουλος, 1969, Τζιμόπουλος,1982, Θεοχάρης, 2004, Theocharis, et al., 2006), ανάγεται στην επίλυση του μη γραμμικού συστήματος n+k εξισώσεων:

$$\left[\frac{\Phi_{S_i}}{\Delta H_{S_i}}\right]^{\omega} = \sum_{r=i}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left[\frac{\Phi_{L_{rj}}}{\Delta H_{L_{rj}}}\right]^{\omega} \quad \text{και} \quad \Delta H_{L_{rj}} = (h_{N_0} - h_{L_{rj}}) - \sum_{i=1}^{r}\Delta H_{S_i}.$$

Στις σχέσεις αυτές είναι

$$\Phi_i = \sum_{t=1}^{v}\Phi_{i=}\sum_{t=1}^{v}\left[\frac{A}{1{,}6465^{\nu}} f^{\frac{\nu\omega}{\nu+5}} L_{it} Q_{it}^{0{,}4\nu}\right]^{\frac{1}{\omega}},$$

$$\Phi_{\pi_{rj}} = \sum_{b=1}^{\tau}\Phi_{rjb=}\sum_{q=1}^{\tau}\left[\frac{A}{1{,}6465^{\nu}} f^{\frac{\nu\omega}{\nu+5}} L_{rjb} Q_{rjb}^{0{,}4\nu}\right]^{\frac{1}{\omega}},$$

$\omega = 1 + 0{,}2\nu$, f ο συντελεστής τριβών των Colebrook–White και A και ν είναι παράμετροι της συνάρτησης κόστους (Mandry, 1967) του Mandry $\delta = A.D^{\nu}$. Το σύστημα επιλύεται επακριβώς μόνο για την περίπτωση δικτύου με αγωγούς στη σειρά (Τζιμόπουλος, 1982). Για κάθε δίκτυο με διακλαδώσεις το σύστημα αποτελείται από $n+k$ εξισώσεις, [k είναι ο συνολικός αριθμός των περάτων του δικτύου], δεν είναι γραμμικό και η πλήρης μαθηματική επίλυσή του είναι αδύνατη. Για την αναζήτηση της αριθμητικής λύσης του συστήματος είναι αναγκαία η χρήση Η/Υ (Θεοχάρης, 2004).

2.5.1. Η πρώτη απλοποιημένη συνεχής μέθοδος

Ο Θεοχάρης (2004) ανέπτυξε το πρόβλημα στηριζόμενος στην παρατήρηση ότι ο κάθε τροφοδοτούμενος κλάδος ενός ακτινωτού δικτύου τείνει να ανυψώσει την οικονομική πιεζομετρική γραμμή στους κόμβους διακλάδωσης, πάνω από την οικονομική πιεζομετρική γραμμή του δικτύου το οποίο δεν περιλαμβάνει τον κλάδο αυτό (Θεοχάρης, 2004). Έτσι εάν εκλεγεί η πλήρης διαδρομή του δικτύου, N_0-N_{rj}, η οποία παρουσιάζει την ελάχιστη μέση κλίση, η οικονομική πιεζομετρική γραμμή που αντιστοιχεί σε αυτή (με την προϋπόθεση ότι οι υπόλοιπες διαδρομές αγνοούνται) υπό την επίδραση των υπόλοιπων πλήρων διαδρομών ανυψώνεται και τείνει να συναντήσει την πραγματική οικονομική πιεζομετρική γραμμή του δικτύου. Τα διαθέσιμα πιεζομετρικά φορτία, $\Delta H'_{S_i}$, των τροφοδοτούντων κλάδων οι οποίοι ανήκουν σε αυτή την πλήρη διαδρομή υπολογίζονται από τη σχέση (Τζιμόπουλος, 1982).

$$\Delta H'_{S_i} = \frac{\Phi_{S_i}}{\sum_{i=1}^{r} \Phi_{S_i} + \Phi_{L_{rj}}} \cdot \left(h_{N_0} - h_{N_{rj}} \right)$$

Τα πιεζομετρικά φορτία των κόμβων διακλάδωσης, που υπολογίζονται με την παραπάνω διαδικασία, χρησιμοποιούνται ως φορτία κεφαλής των τροφοδοτούμενων κλάδων του δικτύου και υπολογίζονται στη συνέχεια οι απώλειες και οι διάμετροι των αγωγών των κλάδων αυτών. Τα υπολογιζόμενα $\Delta H'_{S_i}$ έχουν σημαντικές αποκλίσεις από τα ΔH_{S_i} της γενικής μη γραμμικής μεθόδου, αφού το μέσο τετραγωνικό σφάλμα είναι της τάξεως του 25%. Ωστόσο προσδιορίζονται οι οικονομικές διάμετροι του δικτύου με ικανοποιητική προσέγγιση, αφού το μέσο τετραγωνικό σφάλμα σε αυτή την περίπτωση ισούται με 4 %. Για την αντιμετώπιση της παραπάνω αδυναμίας προτείνεται από τον ίδιο ερευνητή (Θεοχάρης, 2004, Theocharis, et al., 2006) όπως, παράλληλα με την παράλειψη των τροφοδοτούμενων κλάδων, συγχρόνως να παραλειφθούν και οι παροχές αυτών, δηλαδή να αντικατασταθούν οι Φ_{S_i} από τις Φ'_{S_i}, που θα προέκυπταν αν δεν υπήρχαν οι καταργούμενοι τροφοδοτούμενοι κλάδοι. Από τα $\Delta H'_{S_i}$, που υπολογίζονται κατ' αυτό τον τρόπο, και τις *πραγματικές παροχές* των αγωγών υπολογίζονται οι διάμετροι των αγωγών.

2.5.2. Η δεύτερη απλοποιημένη συνεχής μέθοδος

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή (Θεοχάρης κ.α., 2005), ο υπολογισμός των οικονομικών απωλειών φορτίου των κλάδων του δικτύου, γίνεται με την επόμενη διαδικασία:

(α) Υπολογίζονται οι μέσες κλίσεις $\alpha_{\mu rj}$ όλων των πλήρων διαδρομών του δικτύου και από αυτές επιλέγεται η ελάχιστη, η $\alpha_{\mu kq}$.

(β) Για κάθε *τροφοδοτούμενο* κλάδο L_{rj} του δικτύου υπολογίζεται η ποσότητα

$$\beta_{L_{rj}} = \left[\frac{\Phi_{Lrj}}{1{,}32 \dfrac{\alpha_{\mu rj}\ \ell_{L_{rj}}}{\alpha_{\mu kq}\ \ell_{L_{kq}}}} \right]^{\omega}.$$

Για τον τροφοδοτούμενο κλάδο της πλήρους διαδρομής με την ελάχιστη μέση κλίση είναι $\beta_{L_{kq}} = \Phi_{L_{kq}}^{\omega}$.

(γ) Για τον κάθε *τροφοδοτούντα* κλάδο, S_i, του δικτύου υπολογίζεται η ποσότητα

$$\Lambda_{Si} = \frac{\Phi_{Si}}{\left[\sum_{r=i}^{n} \sum_{j=1}^{p} \beta_{L_{rj}} \right]^{1/\omega}}.$$

(δ) Υπολογίζεται η ποσότητα $\Lambda_{L_{kq}} = \sum_{i=1}^{k} \Lambda_{S_i} + 1$

ε) Υπολογίζεται το $\Delta H'_{L_{kq}} = \dfrac{h_{N_0} - h_{N_{kq}}}{\Lambda_{L_{kq}}}$

(στ) Τέλος προκύπτουν τα $\Delta H'_i = \Delta H'_{L_{kq}} \Lambda_{S_i}$.

Το ανηγμένο μέσο τετραγωνικό σφάλμα κατά τον υπολογισμό των διαθέσιμων απωλειών φορτίου των κλάδων του δικτύου είναι της τάξεως του 0,001 %. Το σφάλμα είναι ασήμαντο και επομένως *οι δύο μέθοδοι πρακτικώς ταυτίζονται απολύτως*.

2.6. Σύγκριση των μεθόδων βελτιστοποίησης

Συγκριτική αξιολόγηση των μεθόδων βελτιστοποίησης έγινε στα ακόλουθα ολοκληρωμένα συγκεκριμένα αρδευτικά δίκτυα:

α) Αρδευτικό έργο στην περιοχή της Δράμας. Πρόκειται για Αρδευτικό έργο έκτασης 1960 στρεμμάτων και λειτουργεί με τη βοήθεια αντλιοστασίου (Θεοχάρης, 2004). Έγινε επίλυση του δικτύου από Μενέλαο Θεοχάρη, Πολιτικό Μηχανικό, στα πλαίσια εκπόνησης διδακτορικής διατριβής του στο Α.Π.Θ. το 2004, με όλες τις μεθόδους εκτός από τη δεύτερη απλοποιημένη. Επίλυση με τη δεύτερη απλοποιημένη μέθοδο παρουσιάστηκε στο 4ο της ΕΓΜΕ στην Αθήνα το 2005 (Θεοχάρης, κ.α. 2005). Από τη σύγκριση του κόστους των μεθόδων, πίνακας 2, προέκυψε ότι οι αποκλίσεις είναι ασήμαντες και δεν ξεπερνούν το 2,23 % ενώ σημειώνεται η απόλυτη ταύτιση μεταξύ της μη γραμμικής και της δεύτερης απλοποιημένης μεθόδου.

Πίνακας 1. *Σύγκριση των μεθόδων στο αρδευτικό έργο στην περιοχή της Δράμας.*

Μέθοδος	Παροχή [l/s]	Πιεζ. ύψος [m]	Θεωρητικό κόστος [€]	Απόκλιση	Τελικό κόστος [€]	Απόκλιση
Γραμμική	252	88,70	302094	2,31 %	302289	0,86 %
Δυναμική	252	88,56	309127	4,54 %	306550	2,23 %
Labye	252	88,73	301849	2,23 %	301925	0,74 %
Μη γραμμική	252	89,30	295108	0,00 %	299702	0,00 %
Πρώτη απλοποιημένη	252	89,30	300887	1,92 %	301849	0,71 %
Πρώτη απλ/νη τροπ/νη	252	89,30	295173	0,22 ‰	299867	0,55 ‰
Δεύτερη απλοποιημένη	252	89,30	295120	0,04 ‰	299702	0,00 ‰

β) Αρδευτικό έργο των Καβασίλων Ημαθίας. Αποτελείται από τρία δίκτυα το καθένα από τα οποία λειτουργεί με τη βοήθεια αντλιοστασίου. Έγινε επίλυση των δικτύων από το Σωκράτη Χοδρογιάννη, Πολιτικό Μηχανικό στα πλαίσια εκπόνησης μεταπτυχιακής διατριβής του στο Α.Π.Θ. το 2005, με την πρώτη απλοποιημένη μέθοδο και με την ασυνεχή μέθοδο του γραμμικού προγραμματισμού (Χονδρογιάννης, 2005). Από τη σύγκριση του κόστους των δύο μεθόδων, πίνακας 2, προέκυψε ότι οι αποκλίσεις είναι ασήμαντες και δεν ξεπερνούν το 3,40 ‰.

Πίνακας 2. *Σύγκριση των μεθόδων στο αρδευτικό έργο Καβασίλων Ημαθίας.*

Αντλιοστάσιο	Δίκτυο	Αρδευομ. έκταση [στρεμμ.]	Παροχή [l/s]	Πιεζομ. φορτίο [m]		Κόστος έργου [€]		
				Απλοπ. μέθοδος	Γραμμ. μέθοδος	Απλοπ. μέθοδος	Γραμμ. μέθοδος	Απόκλιση
I	Ια	2210	210	45,70	45,40	301945	301591	1,17 ‰
	Ιβ	2210	210			337507	337301	0,61 ‰
II	II	3980	378	47,2	46,6	715562	714058	2,10 ‰
III	IIIα	3720	354	47,90	47,60	674253	671987	3,37 ‰
	IIIβ	760	72			72812	72812	0,00 ‰

γ) Αρδευτικό έργο Βαλανιδοράχης Πρέβεζας. Αφορά έκταση 4307 στρεμμάτων και λειτουργεί με τη βοήθεια αντλιοστασίου. Έγινε επίλυση του δικτύου από Αναστάσιο Γιαννέλο στα πλαίσια εκπόνησης μεταπτυχιακής διατριβής του στο Γ.Π.Α. το 2007, με την ασυνεχή μέθοδο του γραμμικού προγραμματισμού, τη συνεχή μέθοδο μη γραμμικού προγραμματισμού και την πρώτη απλοποιημένη μέθοδο (Γιαννέλος, 2007). Από τη σύγκριση του κόστους των μεθόδων, πίνακας 3, προέκυψε ότι οι αποκλίσεις είναι ασήμαντες και δεν ξεπερνούν το 1,59 ‰.

Πίνακας 3. *Σύγκριση των μεθόδων στο αρδευτικό έργο Βαλανιδοράχης Πρέβεζας.*

Μέθοδος	Παροχή [l/s]	Πιεζ. ύψος [m]	Κόστος έργου [€]	Από-κλιση
Γραμμική	572	41,50	144582	0,141 %
Μη γραμμική	572	40,85	144785	0,00 %
Πρώτη απλοποιημένη	572	41,50	145016	0,159 %
Πρώτη απλ/νη τροπ/νη	572	41,50	144884	0,668 ‰

3. Συμπεράσματα

Το βέλτιστο μανομετρικό ύψος του αντλιοστασίου, που προκύπτει από όλες τις μεθόδους, είναι σχεδόν το ίδιο.

Τα οικονομικότερα αποτελέσματα προκύπτουν από τις μη γραμμικές μεθόδους, πράγμα αναμενόμενο, αφού οι υπολογιζόμενες διάμετροι μπορούν να έχουν οποιαδήποτε τιμή και όχι τις τυποποιημένες διαμέτρους του εμπορίου. Την πιο δαπανηρή λύση τη δίνει η δυναμική μέθοδος επειδή και τα μήκη των αγωγών είναι σταθερά σε όλο το μήκος τους και οι διάμετροι παίρνουν τις τυποποιημένες τιμές του εμπορίου.

Τα αποτελέσματα τα οποία προκύπτουν από τις προτεινόμενες απλοποιημένες μεθόδους βελτιστοποίησης ταυτίζονται με τα αποτελέσματα της κλασσικής μη γραμμικής μεθόδου η οποία είναι και η ακριβέστερη από όλες.

Η απαιτούμενη υπολογιστική εργασία για την εφαρμογή των απλοποιημένων μεθόδων είναι *πολύ μικρότερη* από την αντίστοιχη των κλασσικών μεθόδων, δεδομένου ότι για τις τελευταίες απαιτείται κατάστρωση προγράμματος στον υπολογιστή ακόμη και για μικρά δίκτυα, ενώ για τις απλοποιημένες μεθόδους απαιτείται ένας απλός υπολογιστής τεσσάρων πράξεων και καμία γνώση προγραμματισμού. Δικαιολογείται επομένως να προτιμάται η χρησιμοποίηση των απλοποιημένων μεθόδων αντί των κλασσικών μεθόδων βελτιστοποίησης κατά τη μελέτη των ακτινωτών δικτύων.

Βιβλιογραφία

1. Alperovits, E. and Shamir, U., 1977. *Design of optimal water distribution.* J. Wat. Res. Res., l3 (6):885-900.
2. Labye, Y., 1971. *Les méthodes de calcul des réseaux d'irrigation en conduites sous pression.* Colloque tenu `a Athènes de 30.3.1971 'a 1.4.1971, Irrigation Par Aspersion, Edition de la chambre Technique de Grèce, pp.375-420.
3. Mandry, J. E., 1967. *Design of pipe distribution for sprinkler and drainage.* Proc. ASCE. J. of the Irrigation and Drainage, 93, Sept. 1967.
4. Shamir, U., 1974. *Optimal design and operation.* J. Wat. Res. Res., 10(1): 27-36.
5. Smith, D. V., 1966. *Minimum cost design of linearly restrained water distribution networks.* M. Sc. Thesis, Dept. of Civil Eng., Mass. Inst. of Techncl., Cambridge.
6. Theocharis, M., Tzimopoulos, C., Sakellariou - Makrantonaki, M., Yannopoulos, S. and Meletiou, I., 2005. *Optimal rural water distribution design using Labye's optimization method and linear programming optimization method.* Proc. 4th Int. Conf. IC-CMSE 2005, Oct., Loutraki, Korinthos, Greece, pp. 564–569,
7. Theocharis, M., Tzimopoulos, C., Yannopoulos, S. and Sakellariou - Makrantonaki, M., 2006. *Design of optimal irrigation networks.* J. Irrig. and Drain, 55(1): 21–32.
8. Theocharis, M., Tzimopoulos, C., Yannopoulos, S. and Sakellariou - Makrantonaki, M., 2005. *Dynamic method and a simplified nonlinear method in irrigation networks optimization.* J. WSEAS Transactions on Advances in Engineering Education, 2(3): 156–165.
9. Βαμβακερίδου, Λ., 1990. *Δίκτυα υδρεύσεων - αρδεύσεων υπό πίεση. Επίλυση – βελτιστοποίηση.* Εκδότης Ε. Λυρούδιας, Αθήνα.
10. Γιαννέλος, Α., 2007. *Διερεύνηση καθορισμού βέλτιστων διαμέτρων δικτύων υπό πίεση με χρησιμοποίηση διαφόρων μεθόδων υπολογισμού.* Μεταπτυχιακή Διατριβή, Τμήμα Αξιοπ. Φυσ. Πόρων και Γεωργ. Μηχαν., Γ.Π.Α.
11. Θεοχάρης, Μ., 2004. *Βελτιστοποίηση των αρδευτικών δικτύων. Εύρεση των οικονομικών διαμέτρων.* Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Αγρ. και Τοπ. Μηχ. Α.Π.Θ.
12. Θεοχάρης, Μ., Τζιμόπουλος, Χ., Γιαννόπουλος, Σ. και Σακελλαρίου-Μακραντωνάκη, Μ., 2005. Απλοποιημένη συνεχής μέθοδος βελτιστοποίησης των αρδευτικών δικτύων. Πρακτ. 4ου Εθνικού Συνεδρ. Γεωργ. Μηχαν. της ΕΓΜΕ, Αθήνα, σελ.640-648.
13. Ιωαννίδης, Δ.Α., 1992. *Ανάλυση και εφαρμογή του γραμμικού προγραμματισμού σε συλλογικά δίκτυα υπό πίεση και σύγκριση με τη μη γραμμική μέθοδο και τη μέθοδο του Labye,* Μεταπτυχιακή Διατριβή, Μετ/κό Τμήμα Εγγείων Βελτ. Γεωπονίας Α.Π.Θ.
14. Λειβαδίτης, Ε., 1972. *Η ασυνεχής μέθοδος Labye δια τον υπολογισμόν του οικονομικού συνδυασμού διαμέτρων, σωληνωτών δικτύων αρδεύσεως,* Τεχν. Χρον.: 393-412.
15. Νουτσόπουλος, Γ., 1969. *Το πρόβλημα της οικονομικής πιεζομετρικής γραμμής ακτινωτών δικτύων βαρύτητος.* Περιοδ. Τεχν. Χρον. Αθήνα, 10: 661 – 676.
16. Τζιμόπουλος, Χ., 1982. *Γεωργική Υδραυλική Τομ. Ι & ΙΙ.* Θεσσαλονίκη.
17. Τζιμόπουλος, Χ., 1991. *Η Μέθοδος Labye.* Πανεπιστημιακές Σημειώσεις, Α.Π.Θ., Θεσσαλονίκη.

18. Χονδρογιάννης, Σ., 2005. *Απλοποιημένη μη γραμμική μέθοδος βελτιστοποίησης του κόστους ενός αρδευτικού δικτύου υπό πίεση. Σύγκριση με τη μέθοδο του γραμμικού προγραμματισμού. Εφαρμογή στο αρδευτικό δίκτυο Καβασίλων*. Μεταπτυχιακή Διατριβή, Τμήμα Αγρ. και Τοπ. Μηχ., Α.Π.Θ.